

Základy počítačovej grafiky a spracovania obrazu

Základná geometria – Pokračovanie

Zobrazovací kanál

Orezávanie

Júlia Kučerová



Opakovanie

Referenčný model PG



- Vnútri boxov - štandardy
- Medzi boxami - interface
- Oddelené modelovanie a renderovanie
- Oddelené časti, ktoré sú závislé na zariadení od nezávislých častí

Opakovanie – základná geometria

Aplikačný program

- Grafické dáta
 - Modely, textúry, popisy, mapovanie,...
- Animácia
 - Skriptovaná, procedurálna (fyzika), interaktívna
- Aplikačná logika

Zdroje dát

- Modelovanie, zachytávanie, simulácia

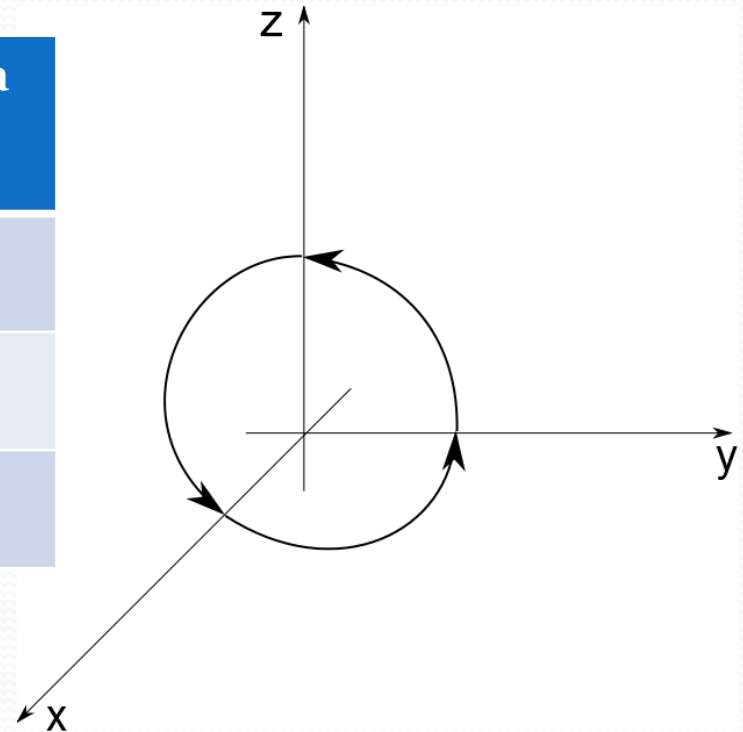
Súradnicové systémy

- Globálne
 - Jeden SS pre celú scénu
- Lokálne
 - Samostatné pre každý objekt
- Súradnicový systém kamery
- Súradnicový systém okna
- Konverzia medzi SS

3D súradnicový systém

- Pravotočivý

Os otáčania	Transformácia osi
x	y do z
y	y do x
z	x do y

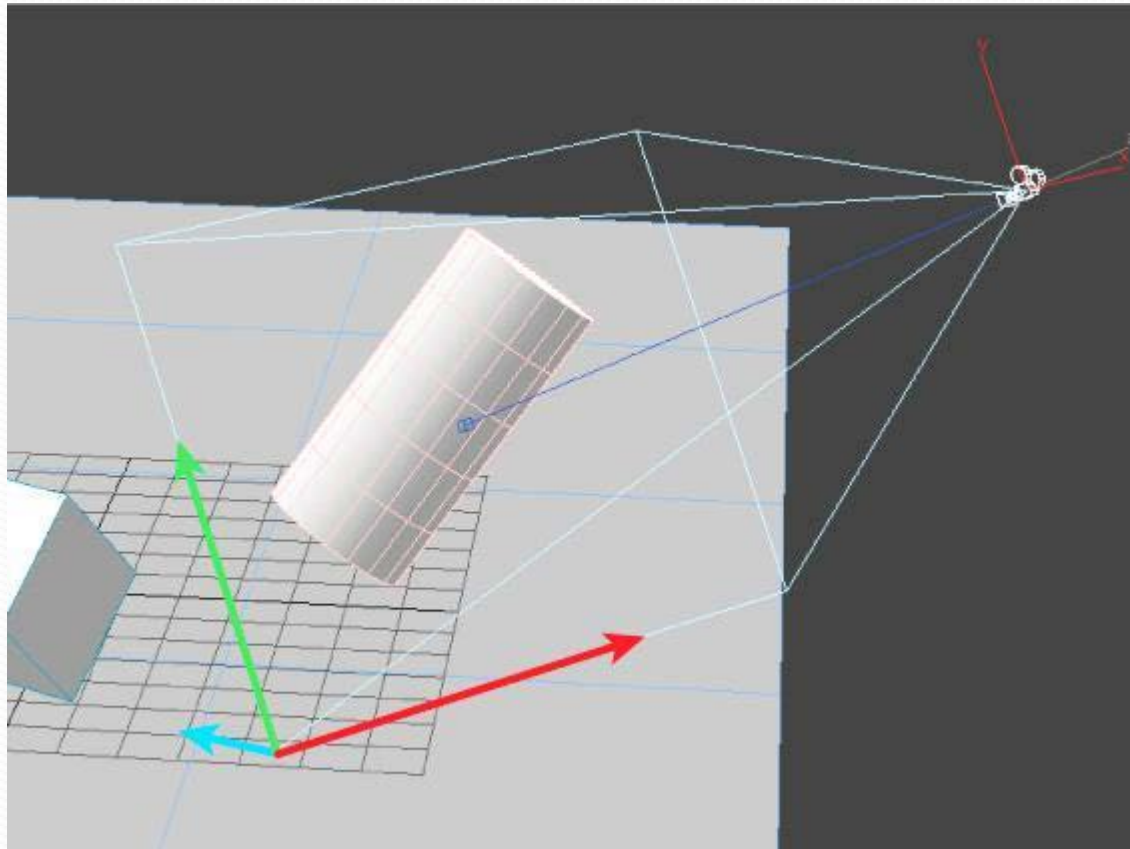


- Ľavotočivý

- Podľa smeru rotácie

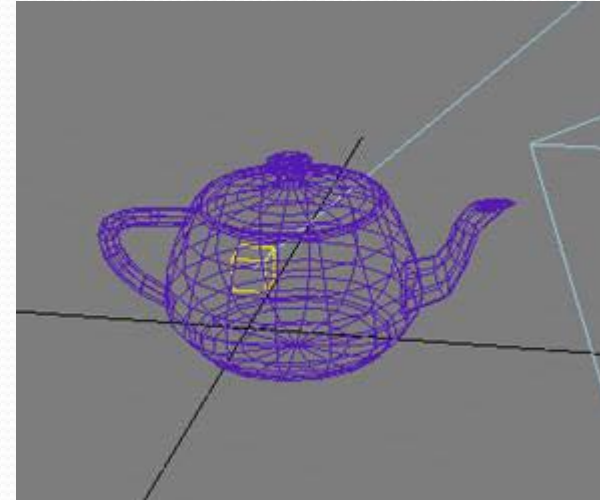
Kamerový súradnicový systém

- XY obrazovky + Z ako smer pohľadu



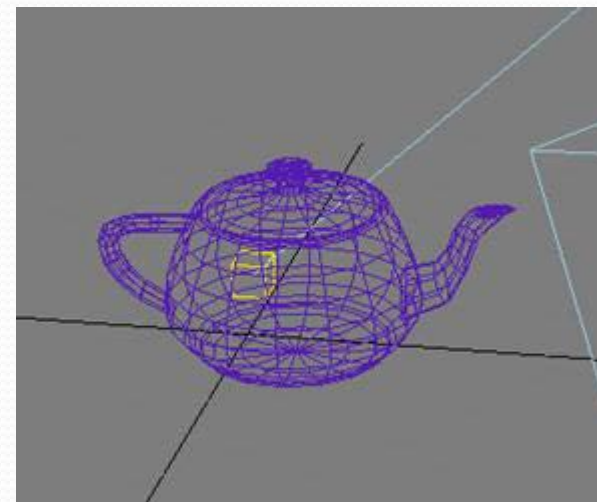
Zobrazovací kanál

- Modelové transformácie
 - Lokálne → globálne
- Pohľadové transformácie
 - Globálne → kamerové
- Projekčné transformácie
 - Kamerové (3D) → obrazovka (2D)
- Orezávanie, Rasterizácia, Textúrovanie & Osvetlenie



Zobrazovací kanál

- **Modelové transformácie**
 - Lokálne → globálne
- **Pohľadové transformácie**
 - Globálne → kamerové
- **Projekčné transformácie**
 - Kamerové (3D) → obrazovka (2D)
- **Orezávanie, Rasterizácia, Textúrovanie & Osvetlenie**

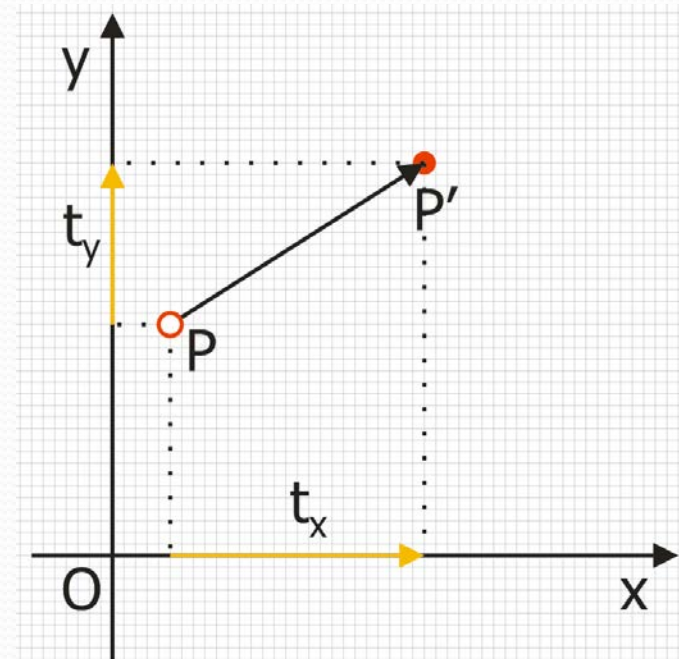


Transformácia - posunutie

- $P(x,y) \rightarrow P'(x',y')$
- $x' = x + t_x$
- $y' = y + t_y$

- Maticový zápis:

$$(x', y', 1) = (x, y, 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t_x & t_y & 1 \end{pmatrix}$$



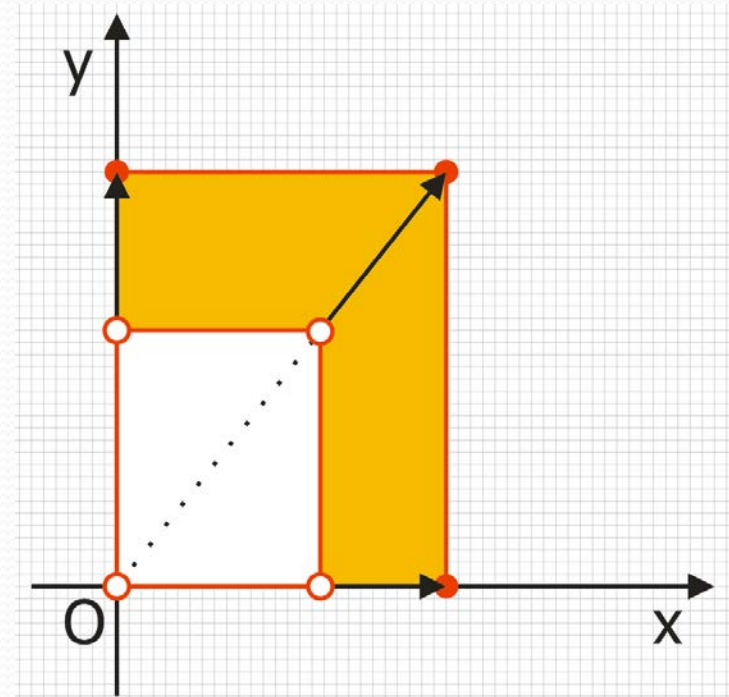
Transformácia - škálovanie

- $P(x,y) \rightarrow P'(x',y')$
- $x' = x \cdot s_x$
- $y' = y \cdot s_y$

- Maticový zápis

(s – faktor škálovania)

$$(x', y', 1) = (x, y, 1) \begin{pmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

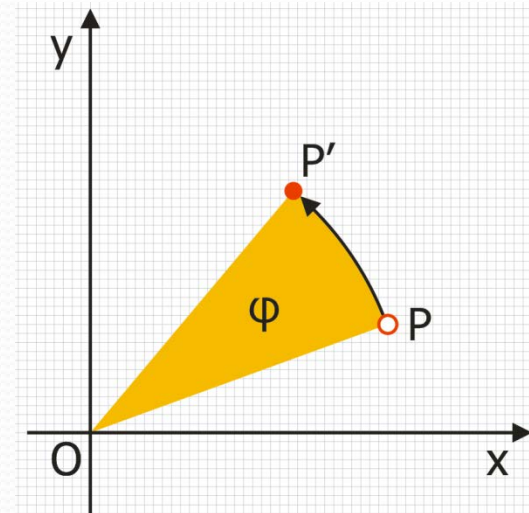


Transformácia - rotácia

- $P(x,y) \rightarrow P'(x',y')$
- $x' = x \cdot \cos \varphi - y \cdot \sin \varphi$
- $y' = y \cdot \cos \varphi + x \cdot \sin \varphi$

- Maticový zápis:

$$(x', y', 1) = (x, y, 1) \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

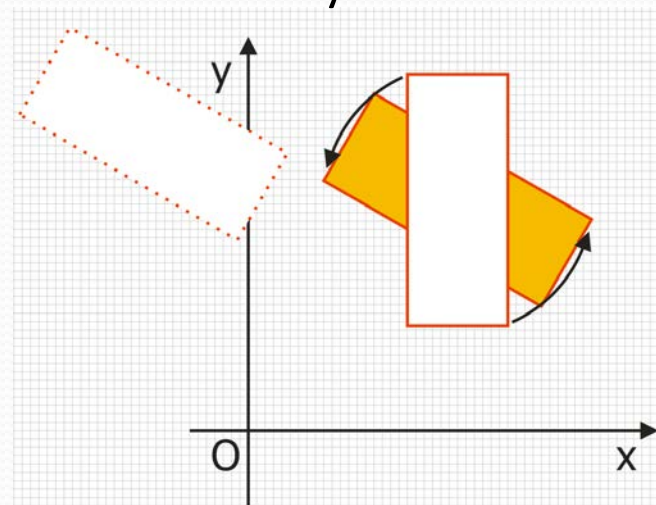


uhol φ :
 $\langle 0..360^\circ \rangle$
 $\langle 0..2\pi \rangle$

Orientácia
uhla!!

Skladanie transformácií

- 1. Posun stredu rotácie do počiatku SS: $t(t_x, t_y)$
- 2. Rotácia uhlom φ
- 3. Inverzné posunutie $t'(-t_x, -t_y)$
- Maticový zápis



$$(x', y', 1) = (x, y, 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t_x & t_y & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -t_x & -t_y & 1 \end{pmatrix}$$

Skladanie transformácií

- Násobenie matíc je asociatívne
- $A.B.C = (A.B).C = A.(B.C)$
- Kombinované transformácie môžu byť použité opakovane

$$(x', y', 1) = (x, y, 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t_x & t_y & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -t_x & -t_y & 1 \end{pmatrix}$$

$$(x', y', 1) = (x, y, 1) \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ t_x \cos \varphi - t_y \sin \varphi - t_x & t_x \sin \varphi + t_y \cos \varphi - t_y & 1 \end{pmatrix}$$

3D transformácie

- škálovanie

$$\begin{pmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- posunutie

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ t_x & t_y & t_z & 1 \end{pmatrix}$$

- rotácia

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi_x & -\sin \varphi_x & 0 \\ 0 & \sin \varphi_x & \cos \varphi_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \varphi_y & 0 & \sin \varphi_y & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi_y & 0 & \cos \varphi_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \varphi_z & \sin \varphi_z & 0 & 0 \\ -\sin \varphi_z & \cos \varphi_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

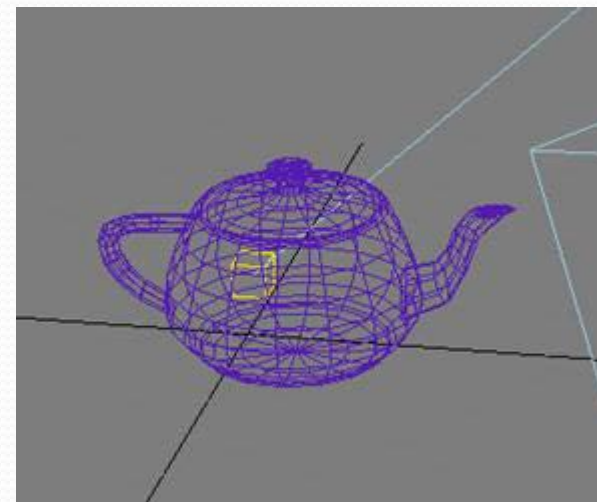
Transformácie – transponované súradnice

$$(x', y', 1) = (x, y, 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t_x & t_y & 1 \end{pmatrix}$$

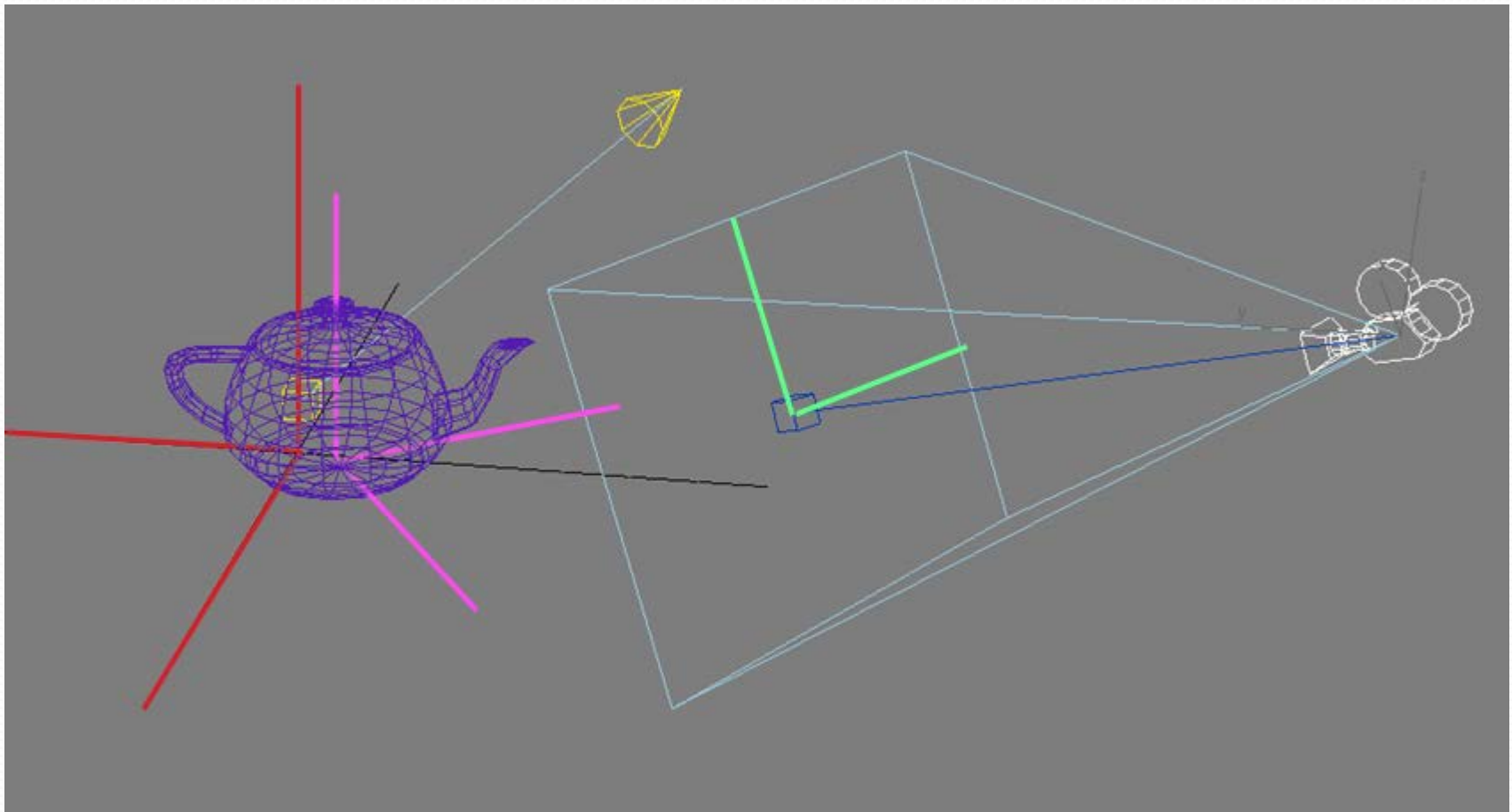
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$

Zobrazovací kanál

- Modelové transformácie
 - Lokálne → globálne
- **Pohľadové transformácie**
 - Globálne → kamerové
- Projekčné transformácie
 - Kamerové (3D) → obrazovka (2D)
- Orezávanie, Rasterizácia, Textúrovanie & Osvetlenie



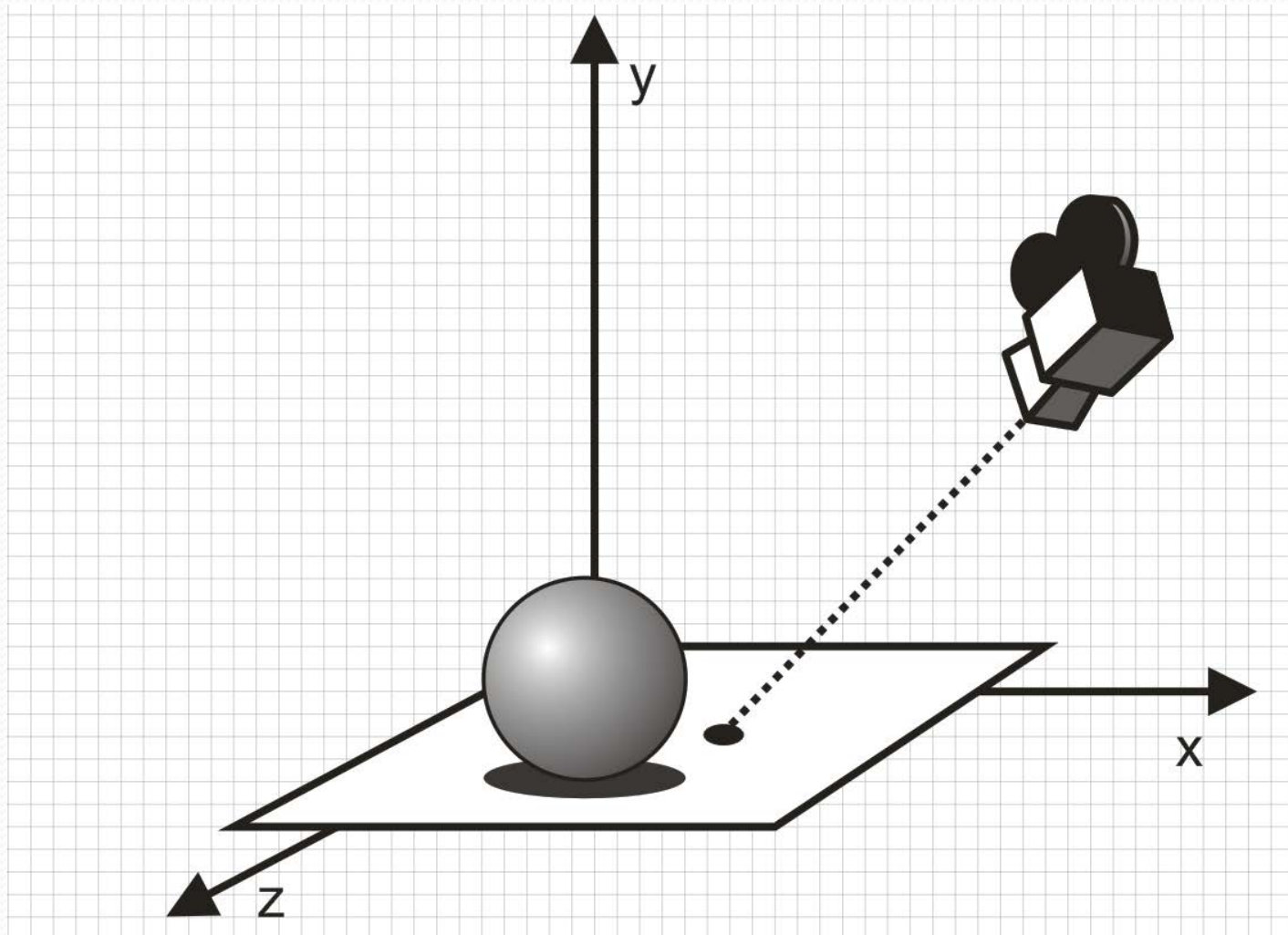
Globálne/lokálne/kamerové súradnice



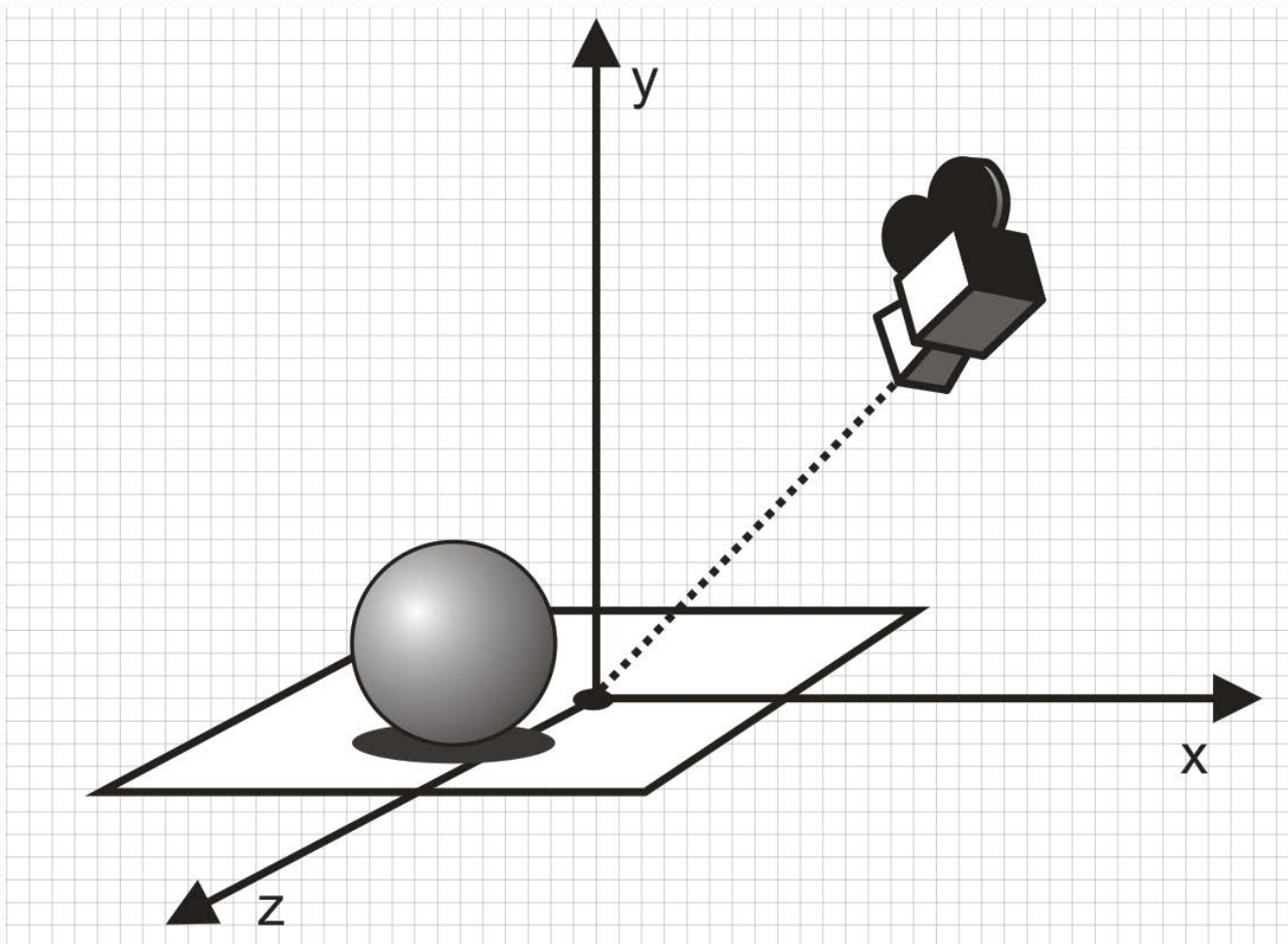
Normalizujúca transformácia

- angl. Viewing transform
- Konverzia z lokálnych/globálnych súradníc do súradníc kamery
- 1. Rotácia scény tak, aby kamera ležala v z-ovej osi
- 2. Projektívna transformácia
- 3. Pohľadová transformácia

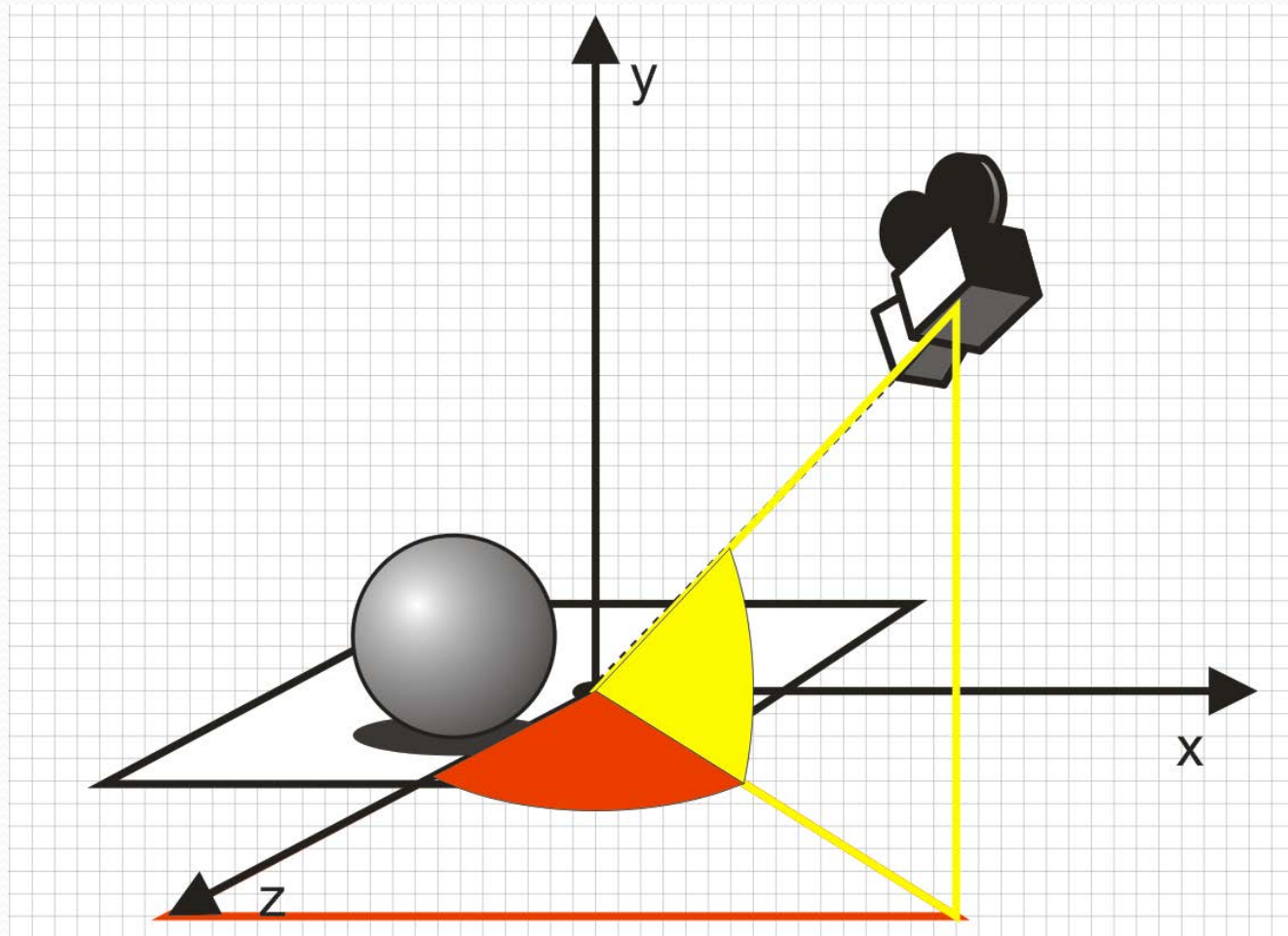
Fáza 0



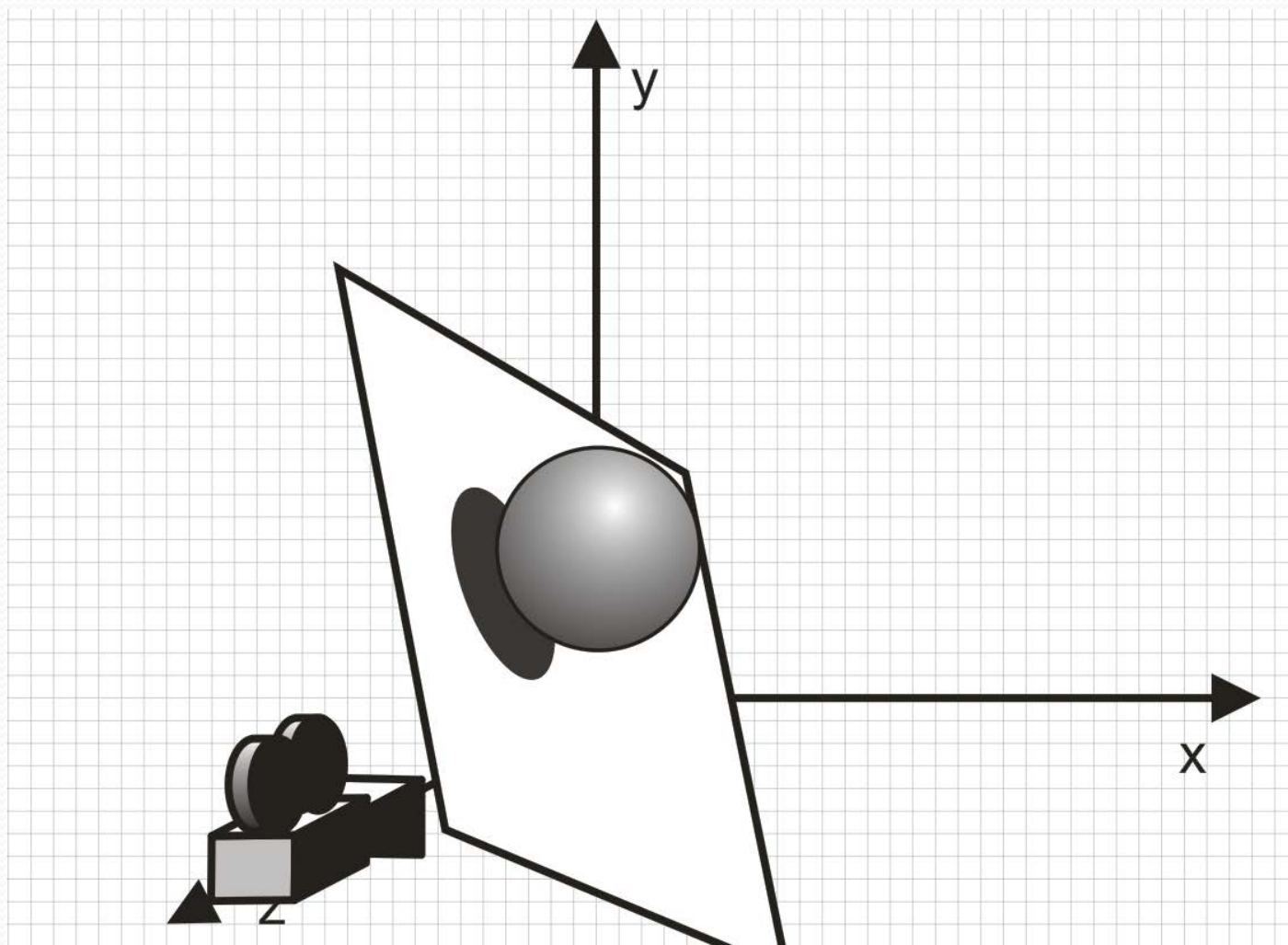
Fáza 1 – posun $P \rightarrow P'$



Fáza 2 – rotácia $P' \rightarrow P'' \rightarrow P'''$



Zrotovaná scéna

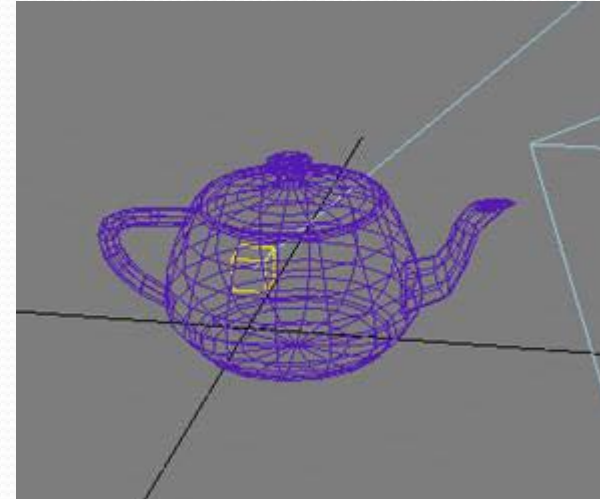


Globálne → kamerové súradnice

- $T * R_y * R_x$
 - Posunutie, rotácia, rotácia, projekcia
- $T * R_y * R_x * R_z$
 - Ak je kamera otočená
- Projekcia P
 - Ortogonálna, perspektívna, izometrická,...

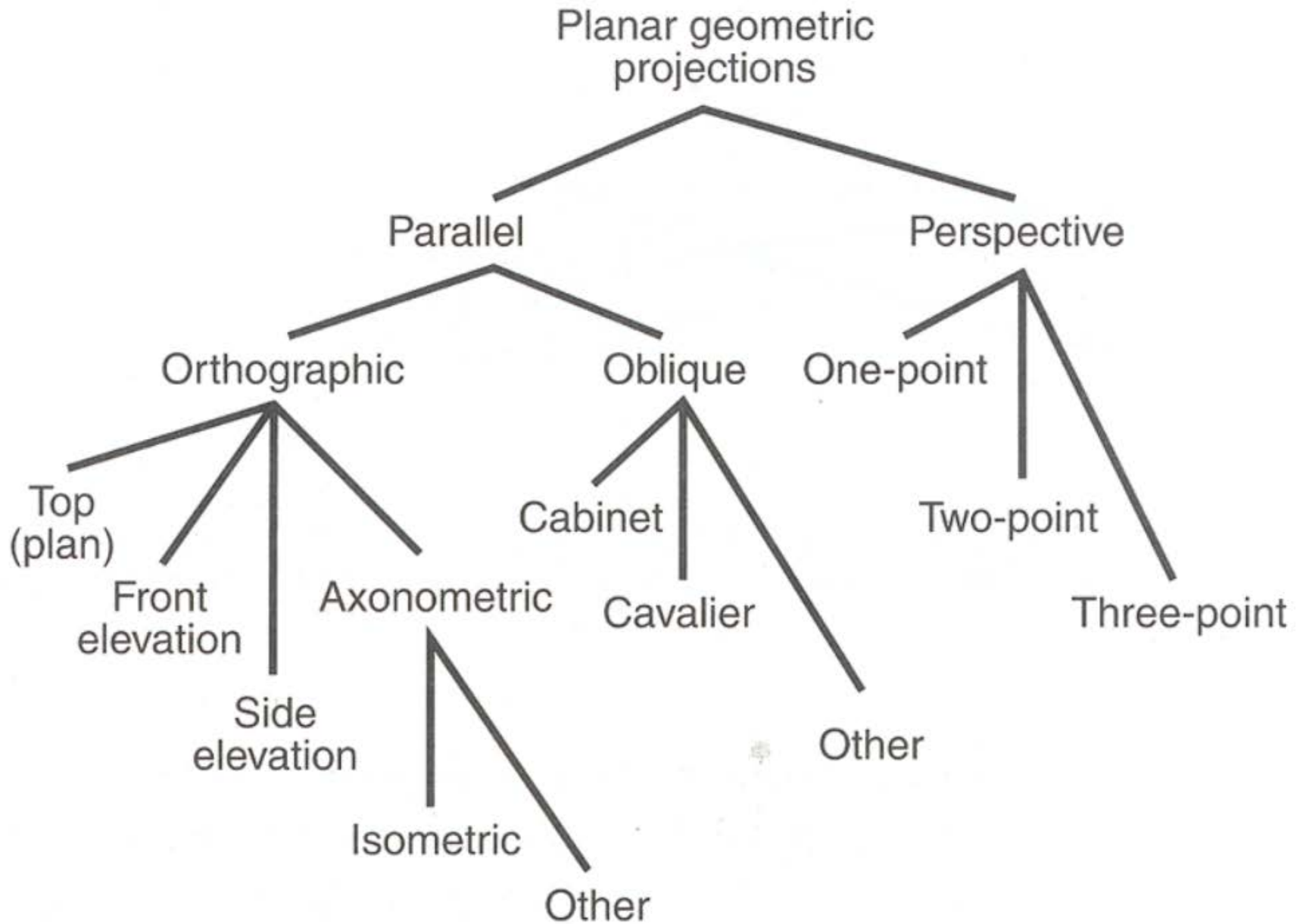
Zobrazovací kanál

- Modelové transformácie
 - Lokálne → globálne
- Pohľadové transformácie
 - Globálne → kamerové
- **Projekčné transformácie**
 - Kamerové (3D) → obrazovka (2D)
- Orezávanie, Rasterizácia, Textúrovanie & Osvetlenie





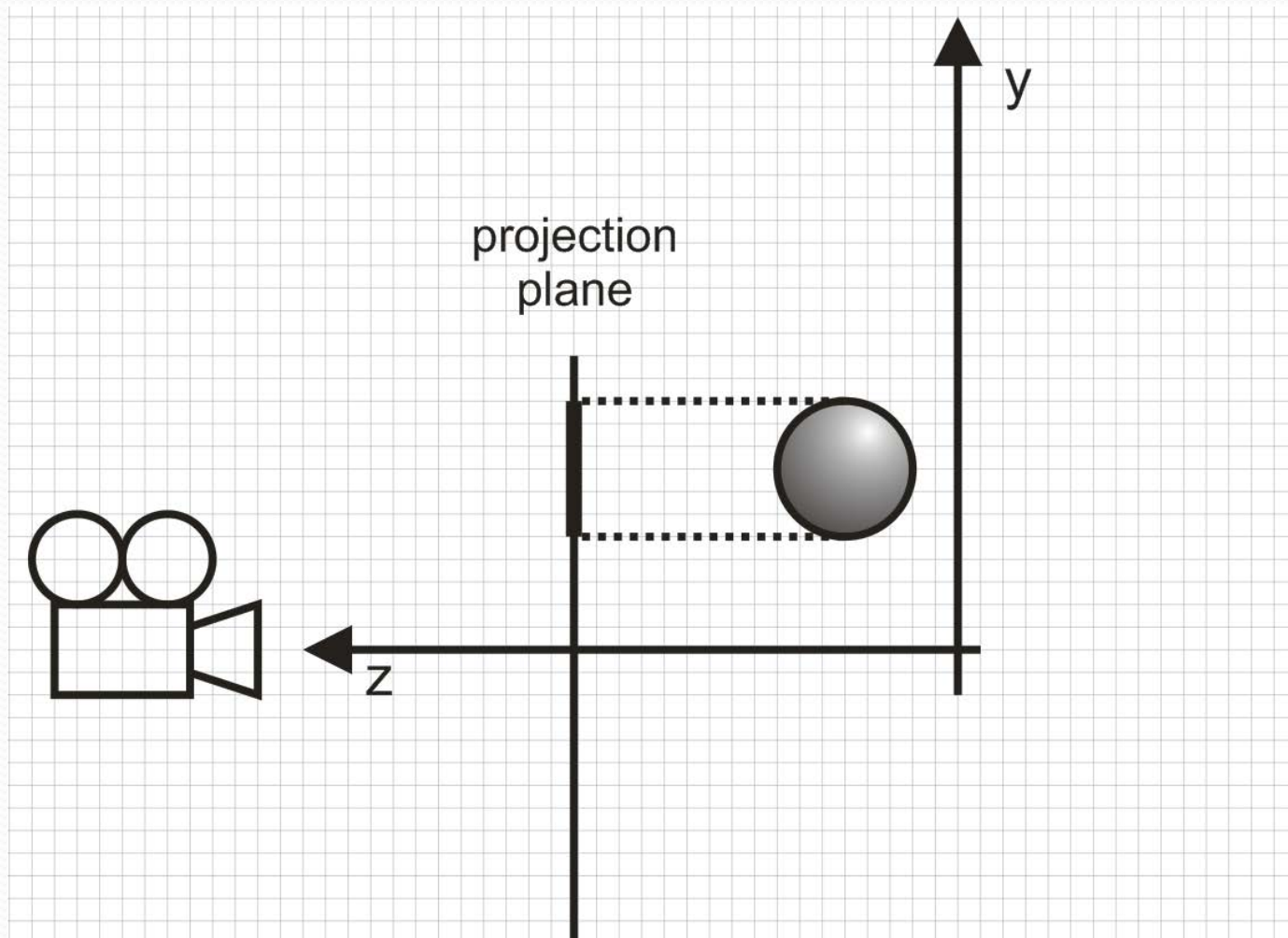
Projekcia



Ortogonalná projekcia



Ortogonalná projekcia



Ortogonalná projekcia

- $x_p = x'''$
- $y_p = y'''$
- z''' sa vynecháva

- Maticový zápis:

$$(x_P, y_P, z_p, 1) = (x''', y''', z''', 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Izometrická

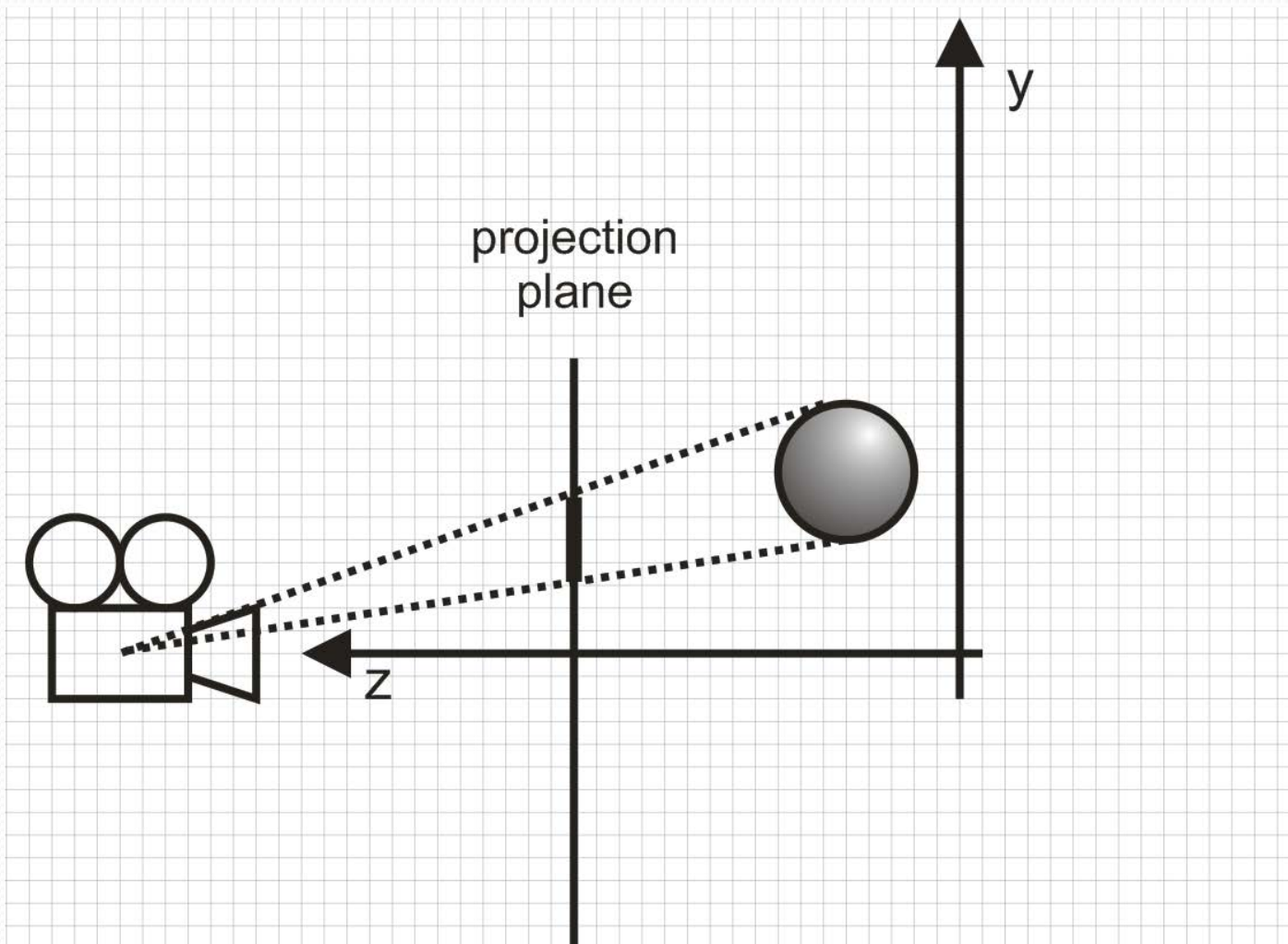
- Paralelná, ale nie ortogonálna



Perspektívna



Perspektívna projekcia



Perspektívna projekcia

- $x_p = ?$
- $y_p = ?$
- Nutné info: vzdialenosť medzi kamerou a projekčnou rovinou

- Maticový zápis:

$$(x_p, y_p, z_p, 1) = (x''', y''', z''', 1) \begin{pmatrix} ? & ? & ? & ? \\ ? & ? & ? & ? \\ ? & ? & ? & ? \\ ? & ? & ? & ? \end{pmatrix}$$

Perspektívna projekcia

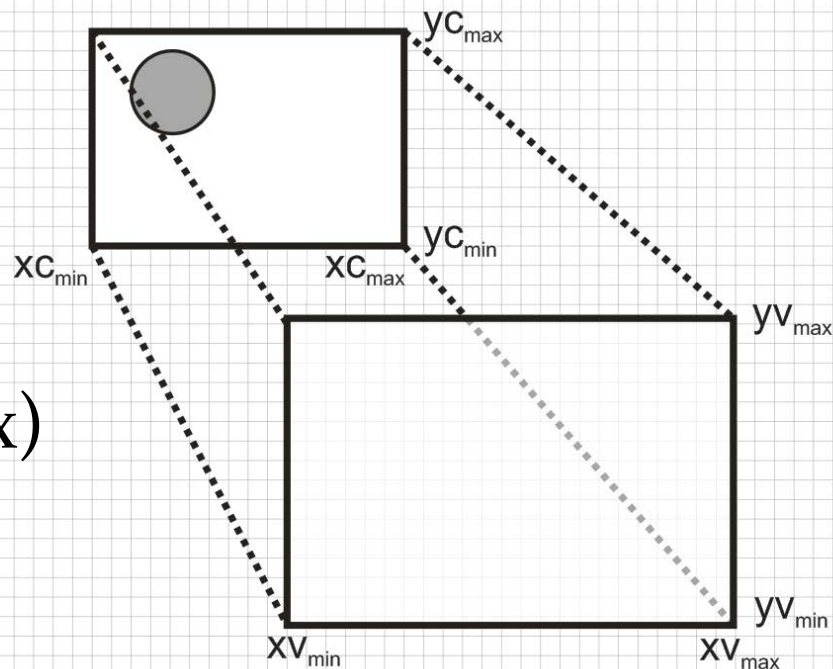
- $x_p = ?$
- $y_p = ?$
- Nutné info: vzdialenosť medzi kamerou a projekčnou rovinou - D

- Maticový zápis:

$$(x_p, y_p, z_p, 1) = (x^w, y^w, z^w, 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/D & 0 \end{pmatrix}$$

Projekčná transformácia

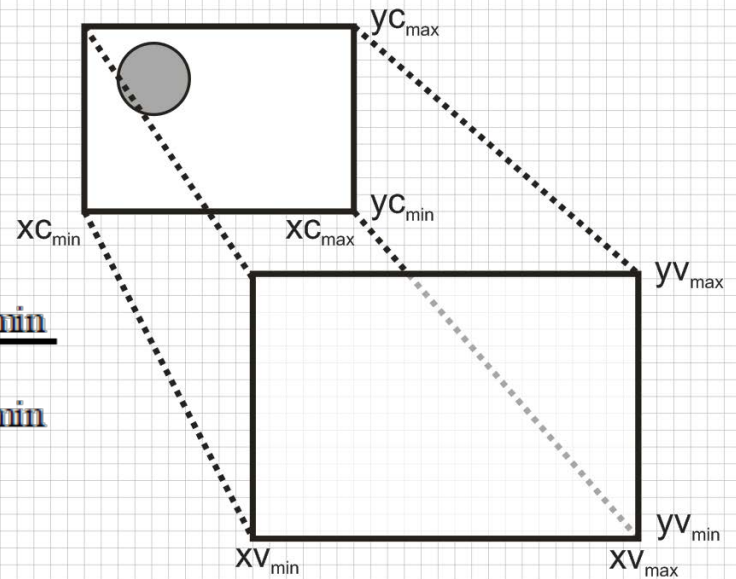
- Globálne súradnice
 - napr. (-50..50 cm, -50..50 cm, -50..50 cm)
- Kamerové súradnice
 - napr. (-1..1, -1..1, -1..1)
- Okno
 - napr. (0..1200 px, 0..800 px)



Projekčná transformácia

- s_x, s_y - škálovacie faktry

$$s_x = \frac{xv_{\max} - xv_{\min}}{xc_{\max} - xc_{\min}} \quad s_y = \frac{yv_{\max} - yv_{\min}}{yc_{\max} - yc_{\min}}$$



- Maticový zápis

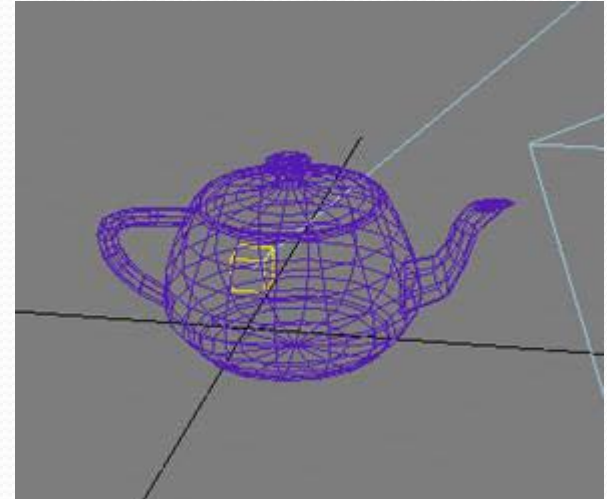
$$(x_v, y_v, 1) = (x_p, y_p, 1) \begin{pmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ -s_x xc_{\min} + xv_{\min} & -s_y yc_{\min} + yv_{\min} & 1 \end{pmatrix}$$

Transformácie

- lokálne → globálne
 - posunutie, rotácia, škálovanie, posunutie
- globálne → kamerové
 - posunutie, rotácia, rotácia, projekcia
- kamerové → obrazovka
 - posunutie, škálovanie, posunutie
- kombinácia transformácií = násobenie matíc

Zobrazovací kanál

- Modelové transformácie
 - Lokálne → globálne
- Pohľadové transformácie
 - Globálne → kamerové
- Projekčné transformácie
 - Kamerové → obrazovka
- **Orezávanie, Rasterizácia, Textúrovanie & Osvetlenie**

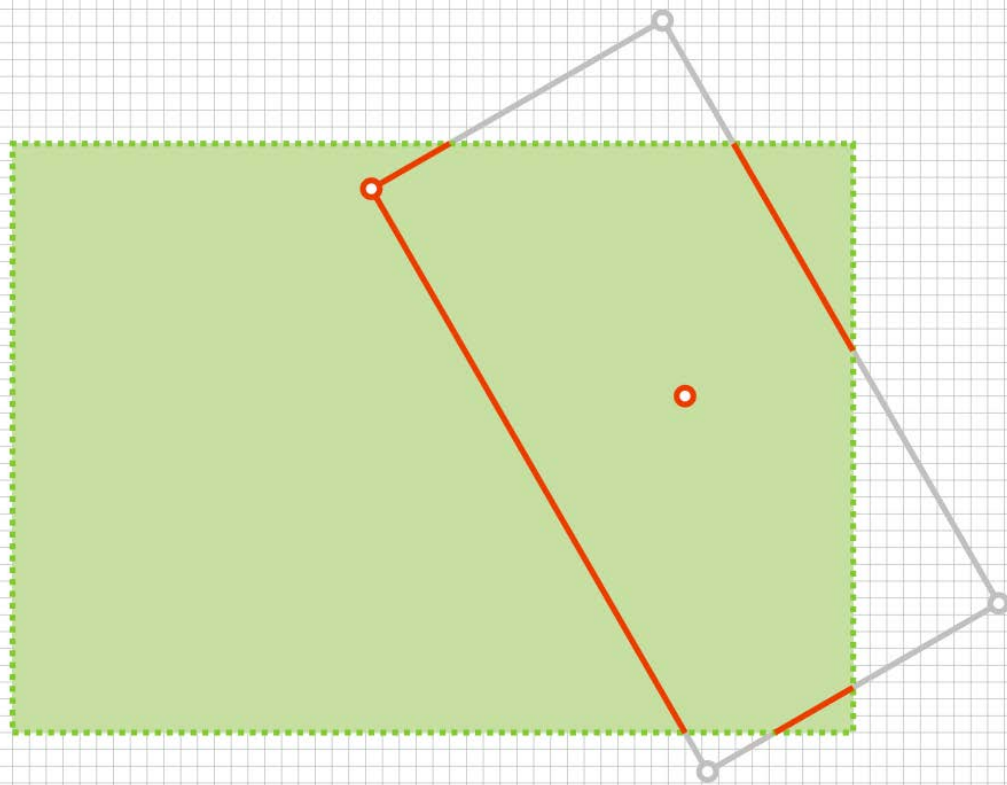




Orezávanie

Všeobecný problém

- Ktorá časť objektu sa nachádza v našom pohľade
- Body, čiary, polygóny, text

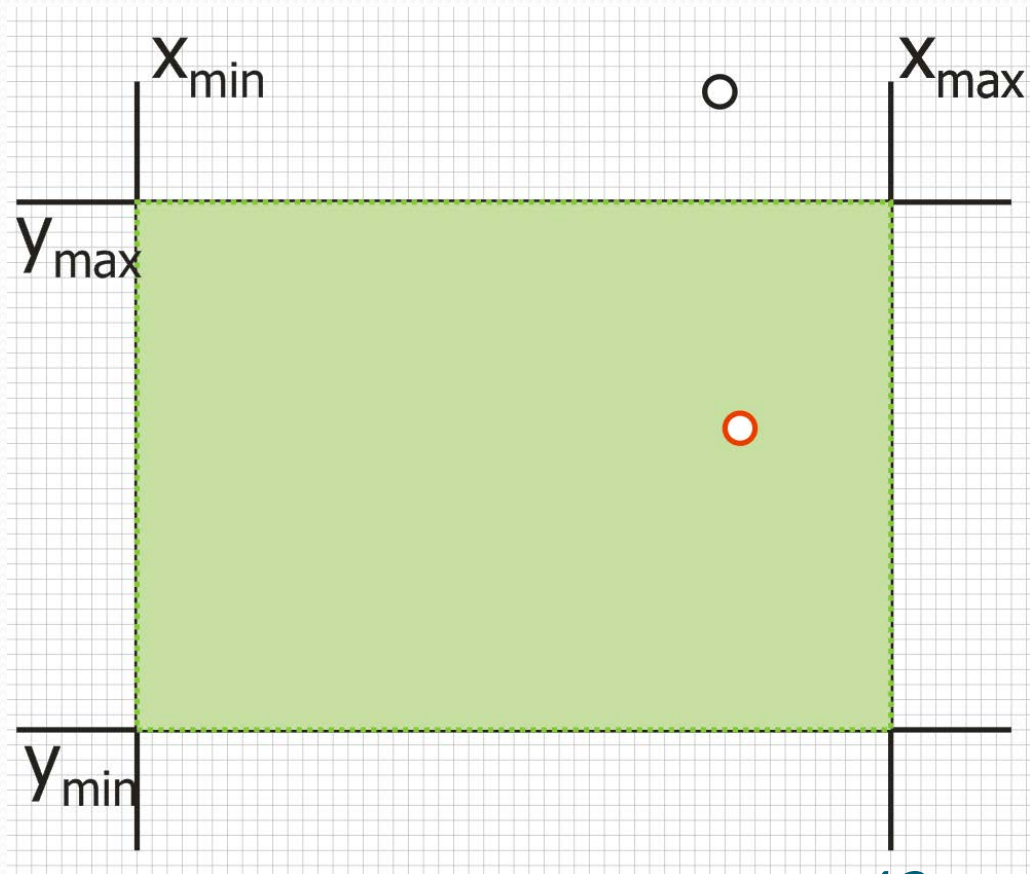


Orezávanie bodov

- Triviálne
 - 4 porovnania
- Výsledok : true/false

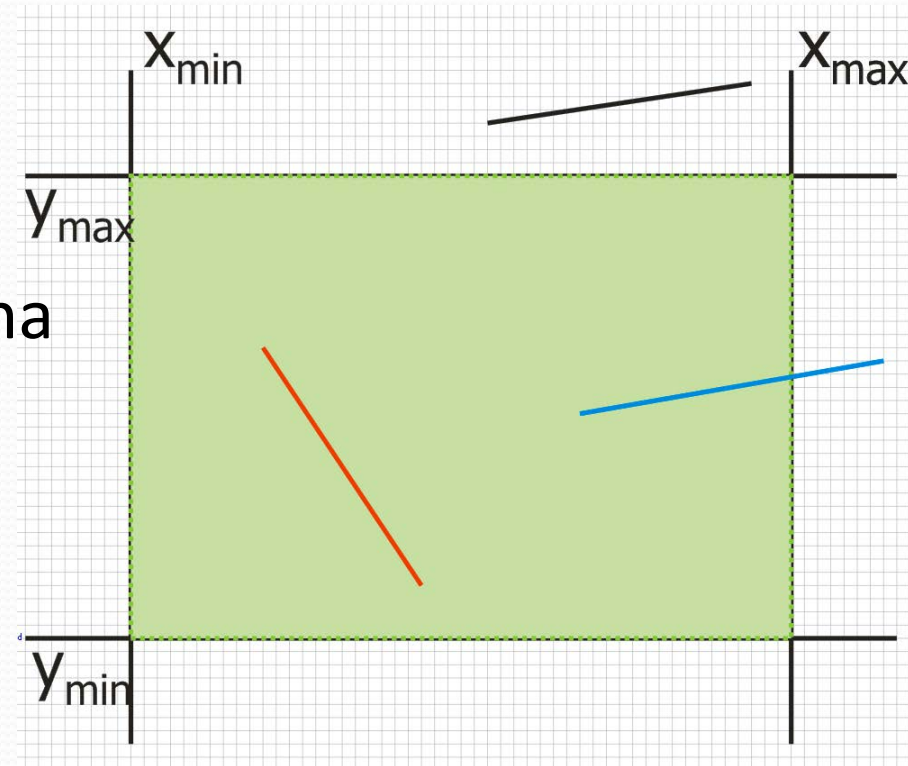
- $x_{\min} < x < x_{\max}$

- $y_{\min} < y < y_{\max}$



Orezávanie úsečiek

- 2 triviálne prípady
 - a) celá úsečka leží v okne
 - b) celá úsečka leží mimo okna
- Netriviálne prípady
 - c) úsečka je čiastočne vnútri



Cohen-Sutherland

- 4-bitový kód pre každý koncový bod úsečky

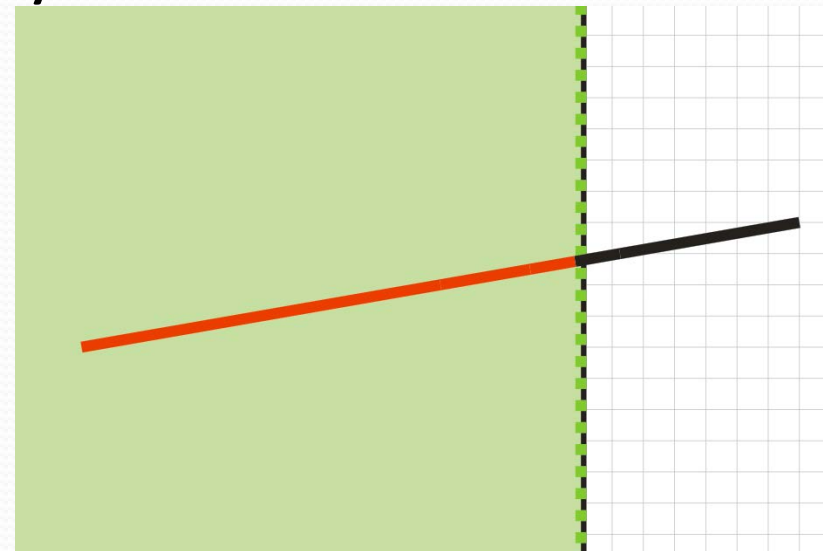
$y > y_{\max}$	$y < y_{\min}$	$x > x_{\max}$	$x < x_{\min}$
----------------	----------------	----------------	----------------

- Bitové OR == 0
 - Úsečka leží vnútri okna
- Bitové AND != 0
 - Úsečka leží mimo okna
- Inak
 - Úsečka čiastočne leží v okne

1001	1000	1010
0001	0000	0010
0101	0100	0110

Úsečka čiastočne leží v okne

- 1. rozdelenie úsečky na segmenty
- 2. Testovanie segmentov pre triviálne prípady
 - a) ak segment leží vo vnútri, vykresli ho
 - b) ak segment leží mimo, ignoruj ho
 - c) v netriviálnom prípade - opakuj od 1

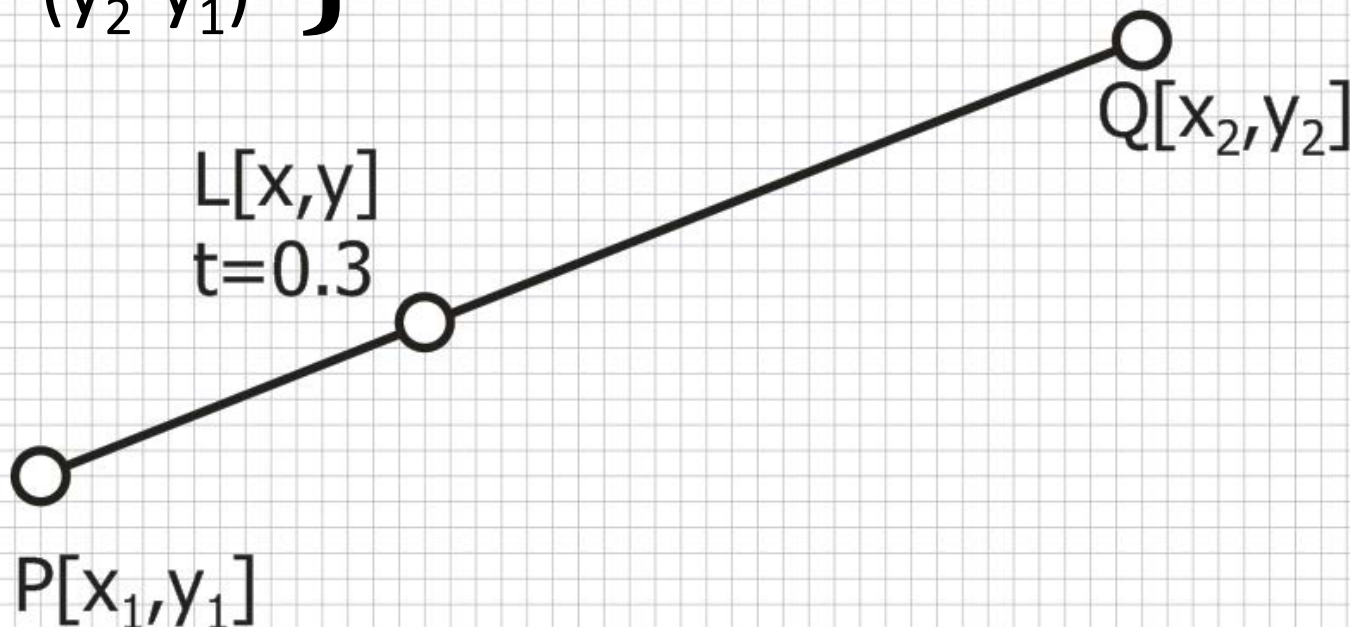


Parametrická rovnoca úsečky

- Úsečka PQ, kde $P=[x_1, y_1]$, $Q=[x_2, y_2]$

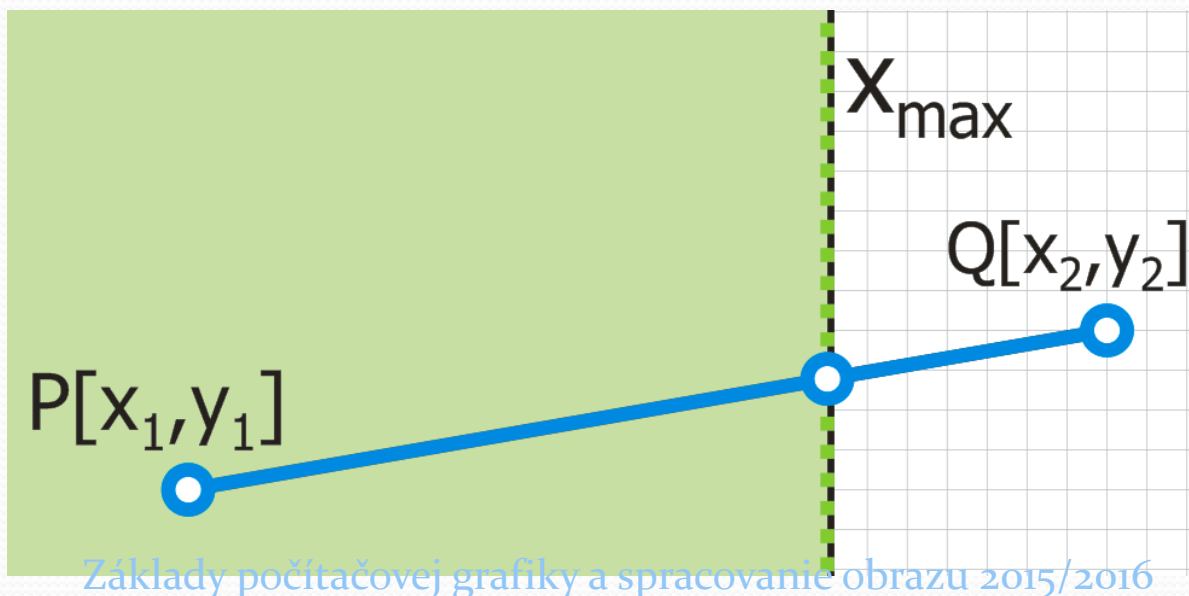
- $x = x_1 + t * (x_2 - x_1)$
- $y = y_1 + t * (y_2 - y_1)$

$$\left. \begin{array}{l} x = x_1 + t * (x_2 - x_1) \\ y = y_1 + t * (y_2 - y_1) \end{array} \right\} L = P + t * (Q - P)$$

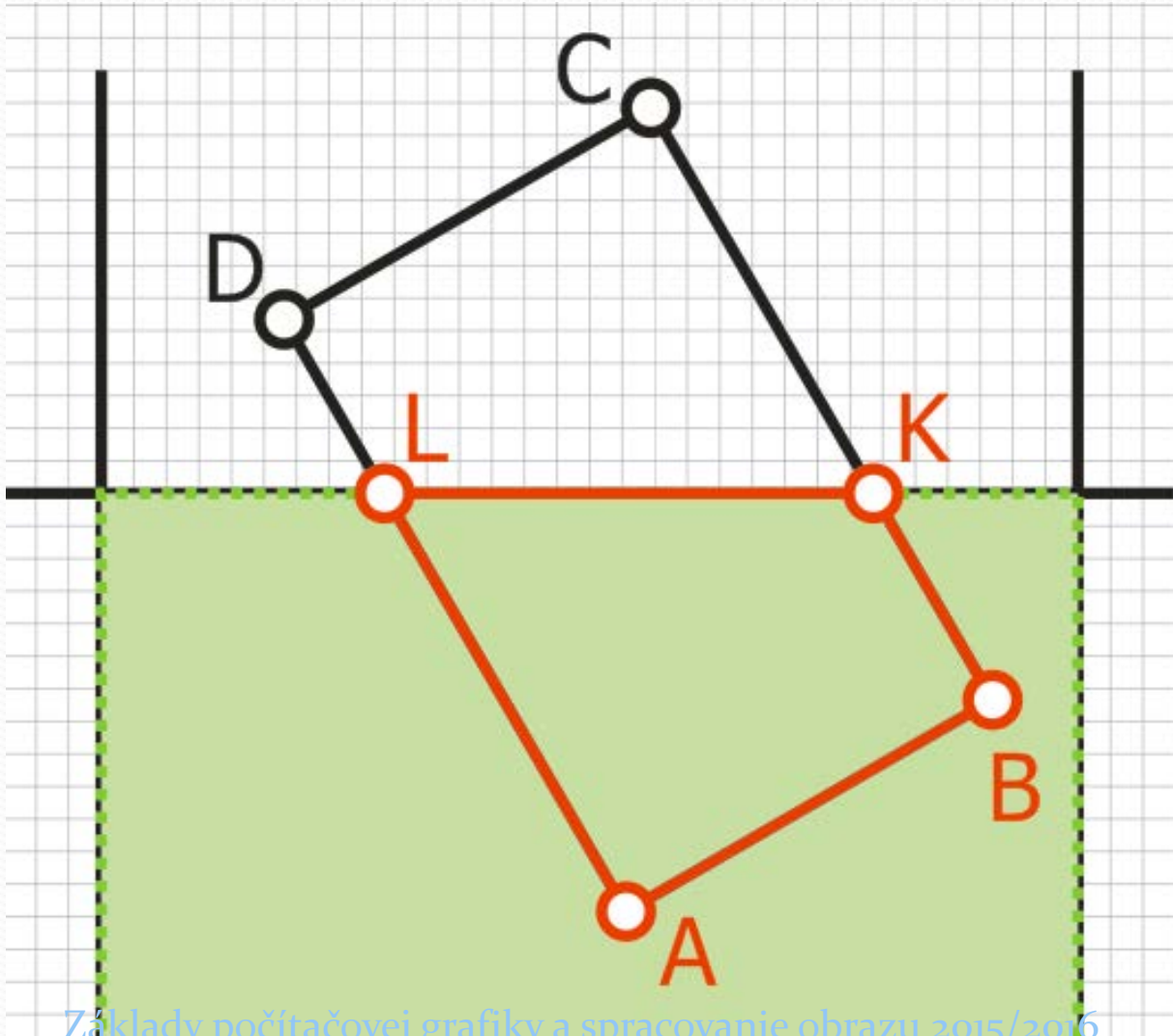


Prienik úsečky s okrajom

- Hľadať t
- $t = (x-x_1)(x_2-x_1)$ kde $x = x_{\min}$ alebo x_{\max}
- $t = (y-y_1)(y_2-y_1)$ kde $y = y_{\min}$ alebo y_{\max}

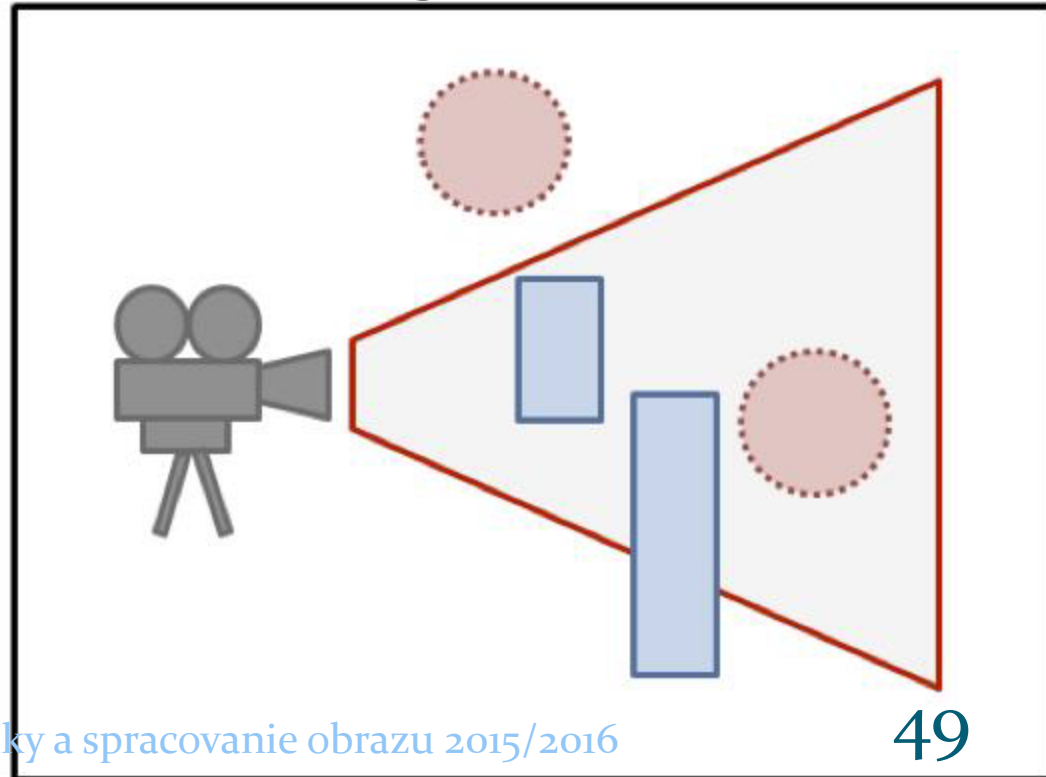


Orezávanie polygónov



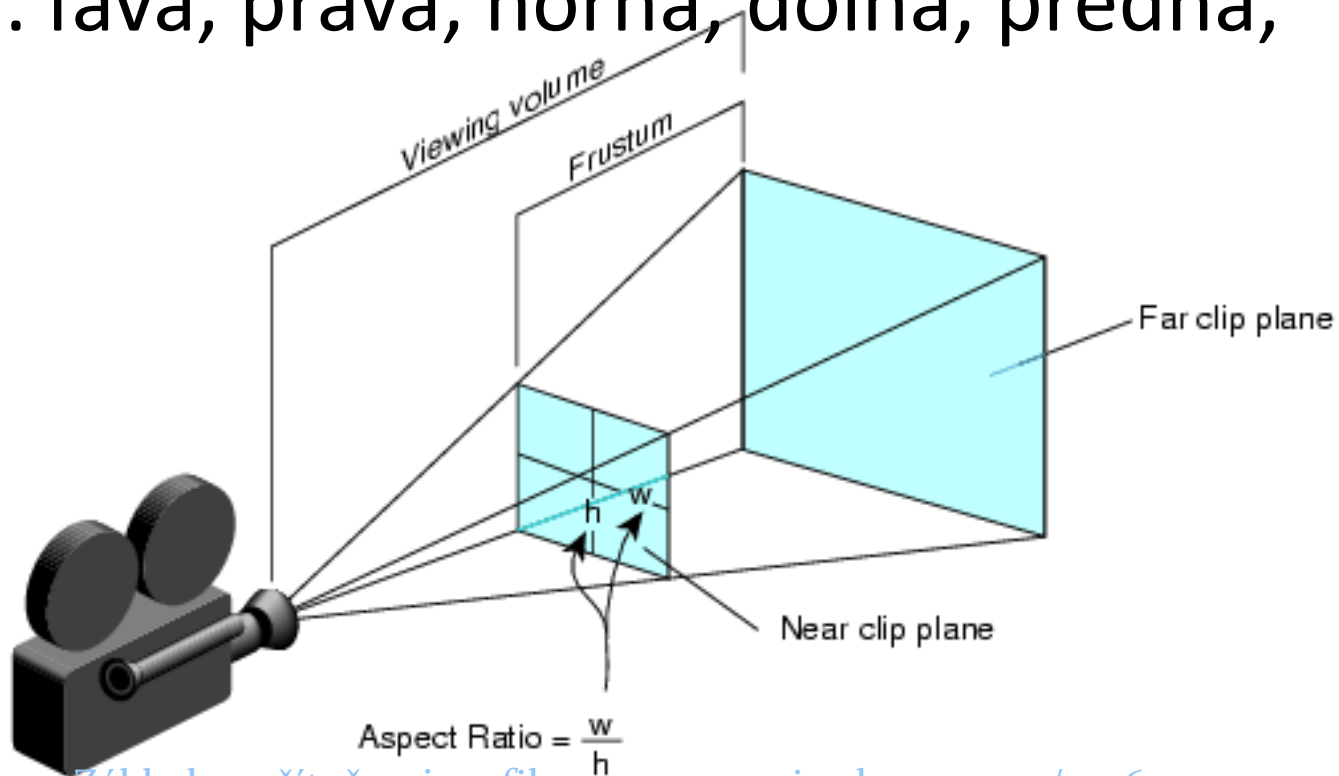
Všeobecný problém v 3D

- Ktorý objekt/časť objektu je viditeľná
- Objekty mimo pohľadu môžeme ignorovať
- Zrýchlenie renderovania



Orezávanie v 3D

- Viditeľný objem (viewing volume / frustrum)
- 6 rovín: ľavá, pravá, horná, dolná, predná, zadná



Priemik úsečka/rovina

- Rovina $P = W + u(U-W) + v(V-W)$

- Úsečka $L = A + t(B-A)$

- Nájdi t: $L = P$

$$A + t(B - A) = W + u(U - W) + v(V - W)$$

$$\begin{pmatrix} t \\ u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_x - B_x & U_x - W_x & V_x - W_x \\ A_y - B_y & U_y - W_y & V_y - W_y \\ A_z - B_z & U_z - W_z & V_z - W_z \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} A_x - W_x \\ A_y - W_y \\ A_z - W_z \end{pmatrix}$$