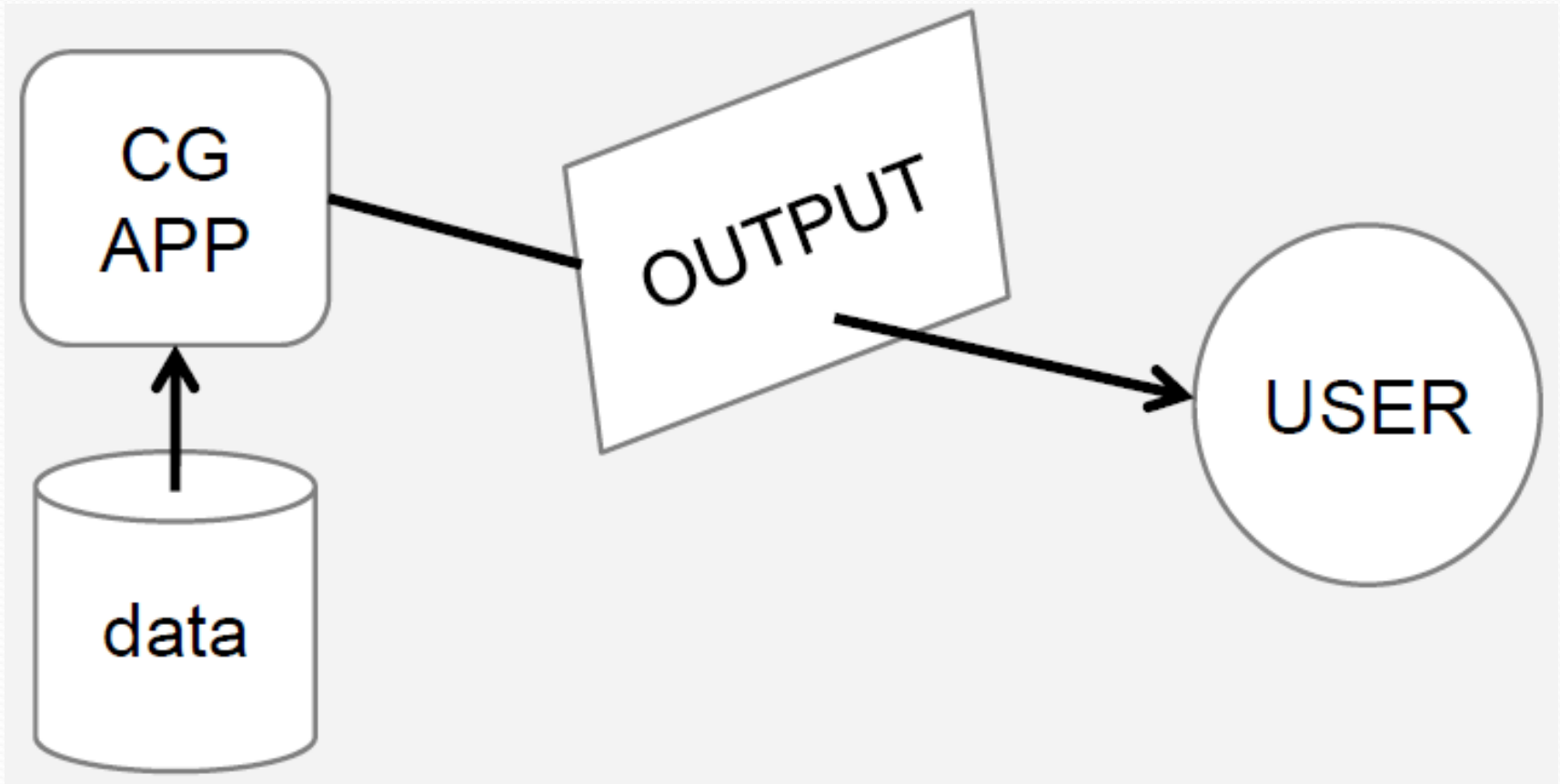


# Základy počítačovej grafiky a spracovania obrazu

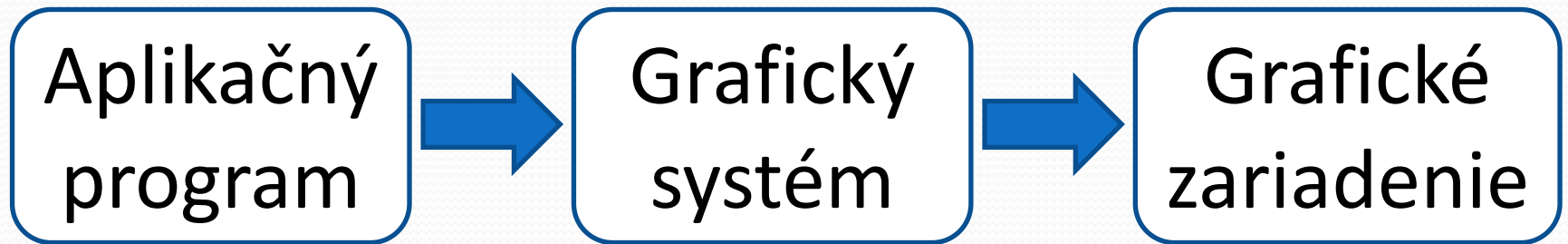
Základná geometria,  
Reprezentácia objektov

Júlia Kučerová

# Úloha počítačovej grafiky



# Referenčný model PG



- Vnútri boxov - štandardy
- Medzi boxami - interface
- Oddelené modelovanie a renderovanie
- Oddelené časti, ktoré sú závislé na zariadení od nezávislých častí

# Referenčný model PG

## Aplikačný program

- Grafické dáta
  - Modely, textúry, popisy, mapovanie,...
- Animácia
  - Skriptovaná, procedurálna (fyzika), interaktívna
- Aplikačná logika

## Zdroje dát

- Modelovanie, zachytávanie, simulácia

# Referenčný model PG

## Grafický systém

- Spracovanie dát (vstup, konverzia)
- Transformácie
- Projekcia
- Orezávanie, viditeľnosť, osvetlenie
- Rasterizácia

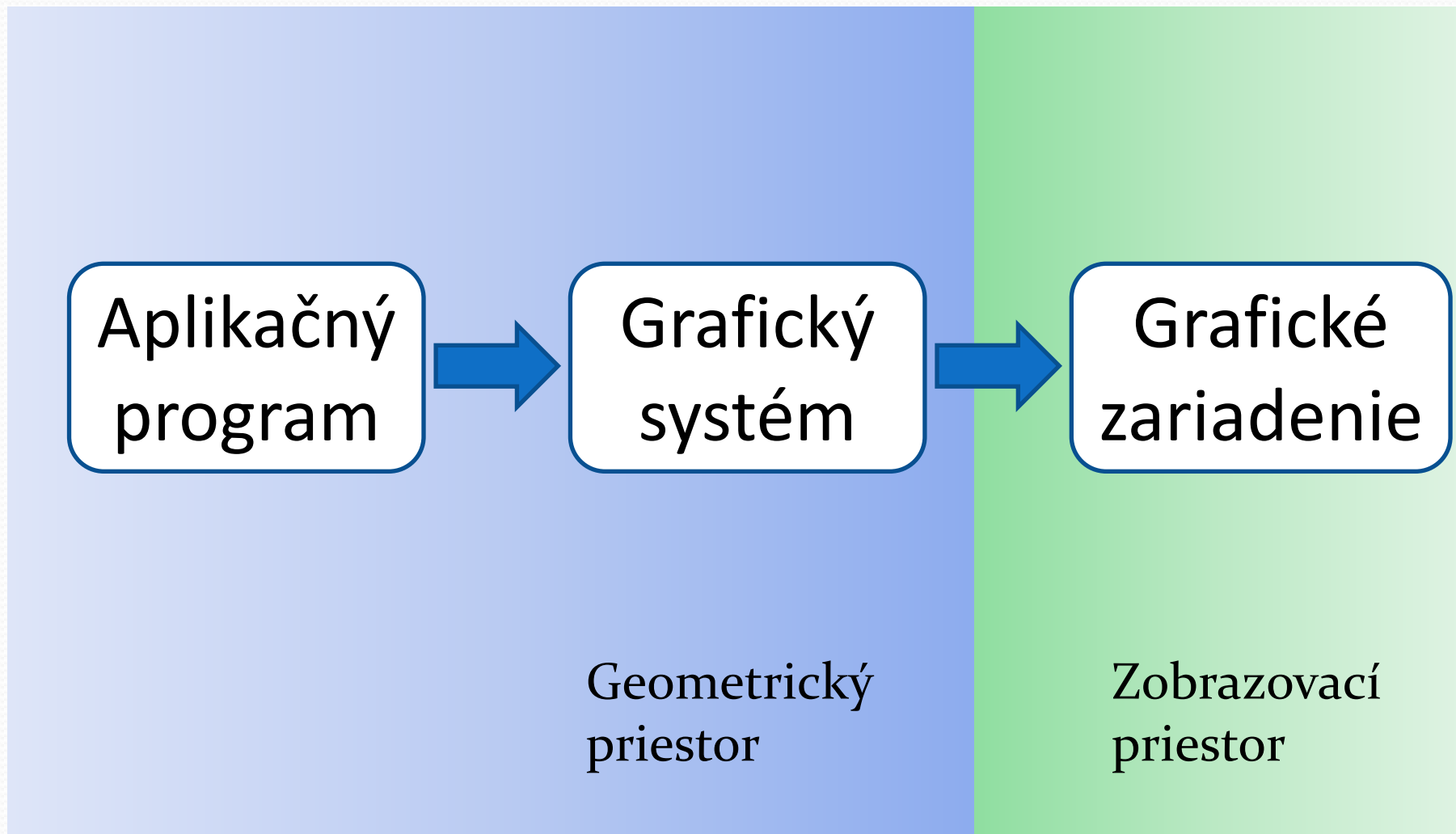
# Referenčný model PG

## Grafické zariadenie

- Driver zariadenia
- Fyzické zariadenie
- Formát výstupu



# Referenčný model PG



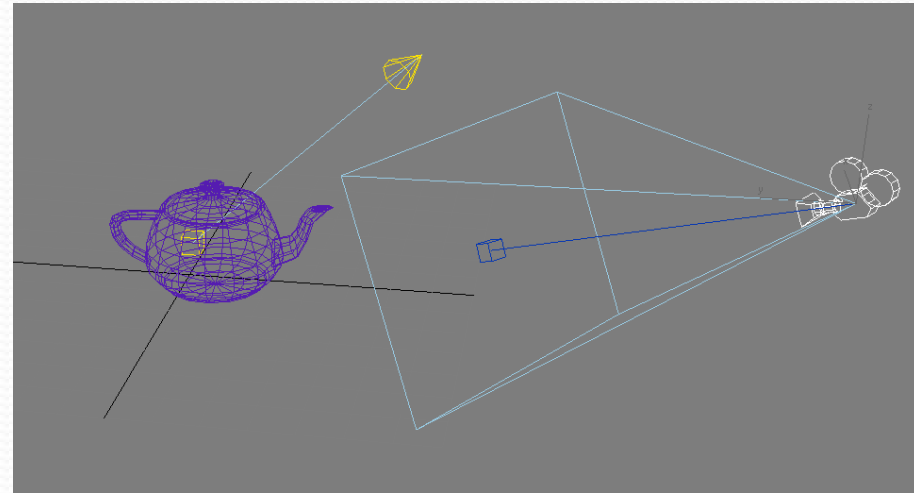


# Grafická informácia a renderovanie



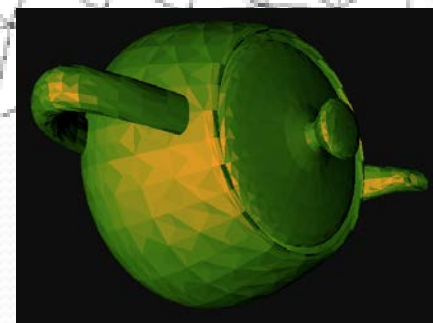
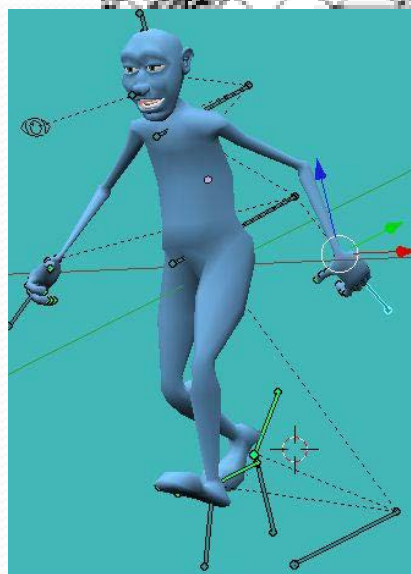
# Geometrický priestor

- Scéna
  - Virtuálna reprezentácia sveta
- Objekty
  - Viditeľné objekty (reálny svet)
  - Neviditeľné objekty (napr. svetlá, kamera)



# Dimenzionalita

- 2D
  - Tvary, obrazy
- 2.5D
  - Povrchy, terén
- 3D
  - Objekty, scény
- 4D animácia



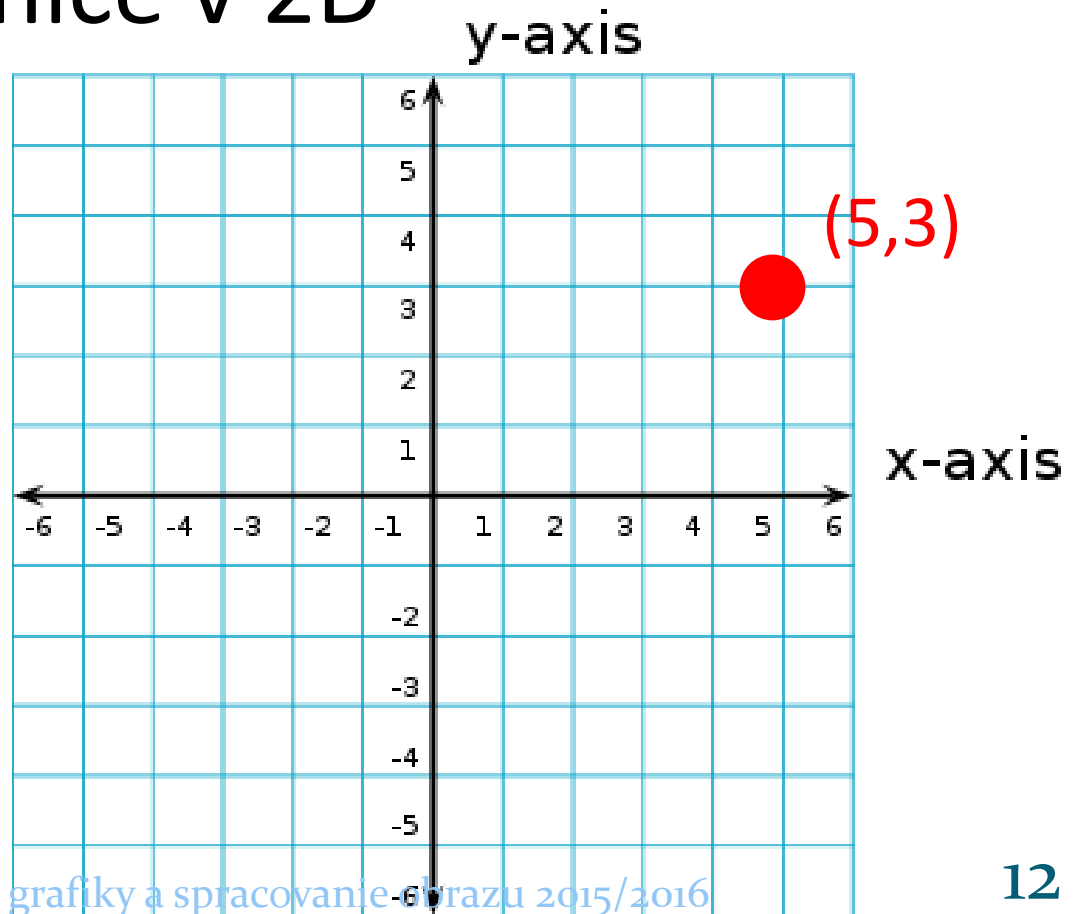
# Definícia scény

- Objekty
  - Aký objekt, kde, ako transformovaný
  - Ako objekty vyzerajú – farba, materiál, textúra
- Kamera
  - Pozícia, cieľ, parametre kamery

# Súradnicový systém

- Kartézske súradnice v 2D

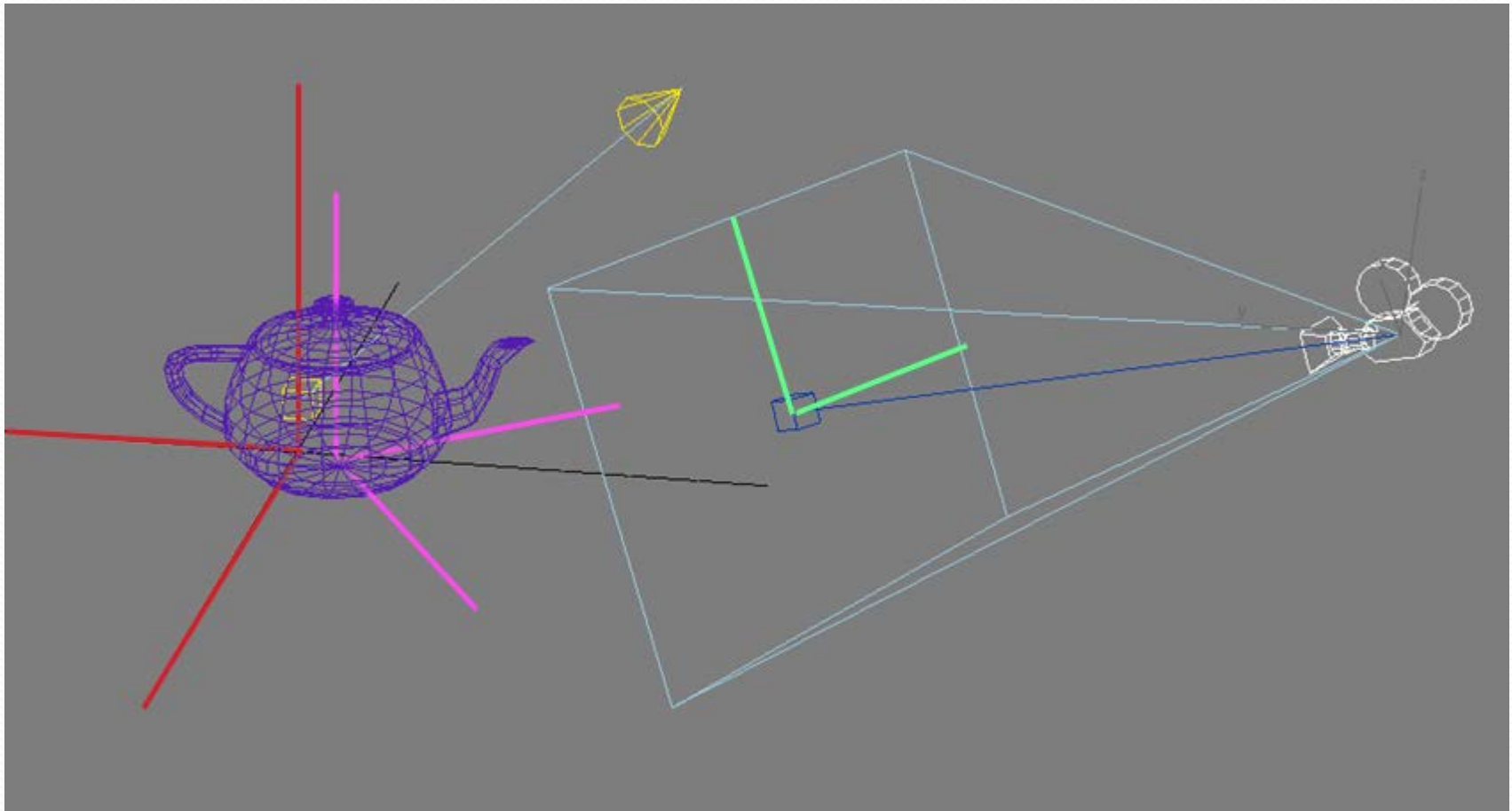
- Počiatok SS
- X os
- Y os



# Súradnicové systémy

- Globálne
  - Jeden SS pre celú scénu
- Lokálne
  - Samostatné pre každý objekt
  - Pivot bod
- Súradnicový systém kamery
- Súradnicový systém okna
- Konverzia medzi SS

# Globálne/lokálne/kamerové SS





# Základná geometria

# BOD

- Pozícia v priestore
- Karteziánske súradnice  $(x,y)$   
 $(x,y,z)$
- Homogénne súradnice  $(x,y,1)$ 
  - Odčítanie bodov  $(x,y,z,1)$
  - Posunutie
- Označenie: A,B,..



# VEKTOR

- Smer a veľkosť v priestore
- Odčítanie dvoch bodov
- Karteziánske súradnice  $(x,y)$   
 $(x,y,z)$
- Homogénne súradnice  $(x,y,0)$   
(projekcie)  $(x,y,z,0)$
- Označenie:  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{n}$ ...

# Základné operácie

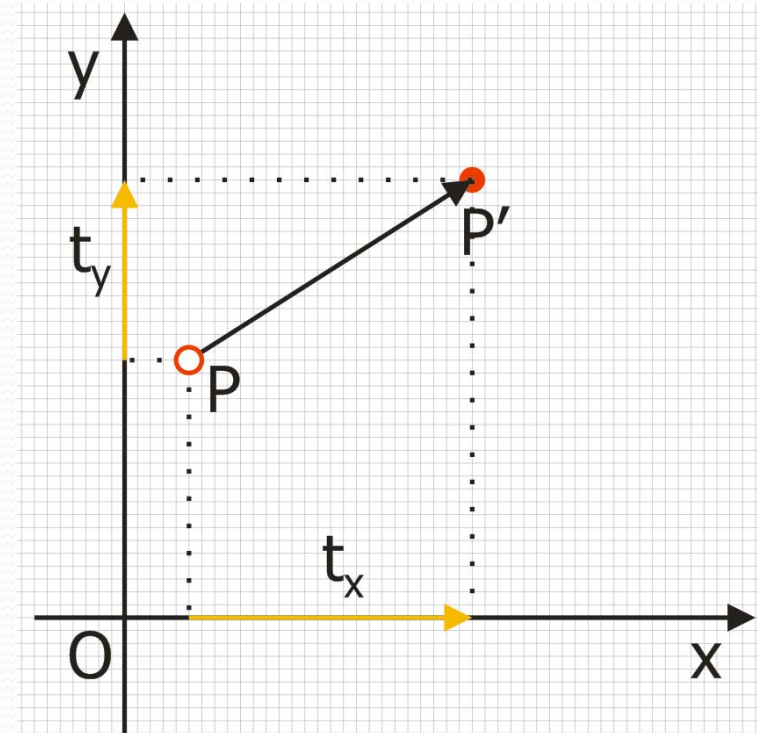
- Súčet
  - bod + vektor = bod
  - vektor + vektor = vektor
- Odčítanie
  - bod – bod = vektor
  - bod – vektor = bod + (-vektor) = bod
  - vektor – vektor = vektor + (-vektor) = vektor
- Násobenie
  - skalár \* vektor = vektor
  - vektor x vektor = vektor



# Transformácie

# Transformácie

- Príklad – posunutie
- $P(x,y) + \vec{v}(t_x, t_y) = P'(x+t_x, y+t_y)$



# Transformačná matica

- Zjednotený spôsob vykonávania transformácií v 2D a 3D priestoroch
- Posunutie, rotácia, škálovanie, projekcie, ...
- Grafické karty sú optimalizované na prácu s maticami
- Aplikácia transformácie = vynásobenie matíc

# Transformácia - posunutie

- $P(x,y) \rightarrow P'(x',y')$
- $x' = x + t_x$
- $y' = y + t_y$

- Maticový zápis:  
$$(x', y', 1) = (x, y, 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t_x & t_y & 1 \end{pmatrix}$$

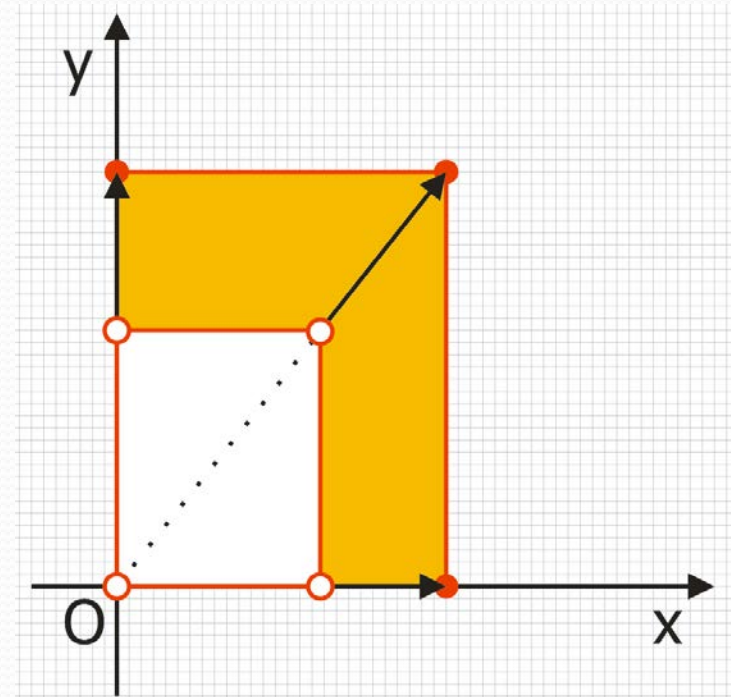
# Transformácia - škálovanie

- $P(x,y) \rightarrow P'(x',y')$
- $x' = x \cdot s_x$
- $y' = y \cdot s_y$

- Maticový zápis

(s – faktor škálovania)

$$(x', y', 1) = (x, y, 1) \begin{pmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

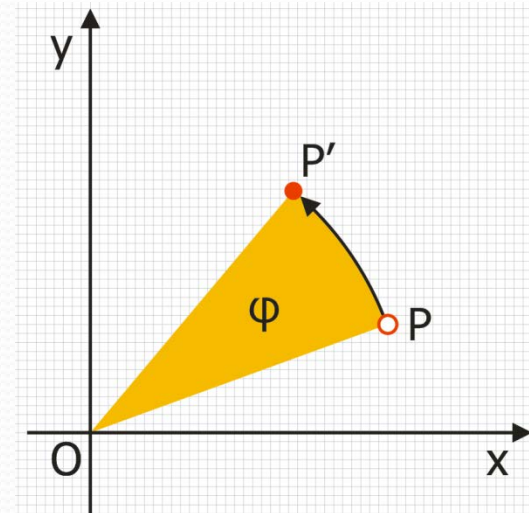


# Transformácia - rotácia

- $P(x,y) \rightarrow P'(x',y')$
- $x' = x \cdot \cos \varphi - y \cdot \sin \varphi$
- $y' = y \cdot \cos \varphi + x \cdot \sin \varphi$

- Maticový zápis:

$$(x', y', 1) = (x, y, 1) \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

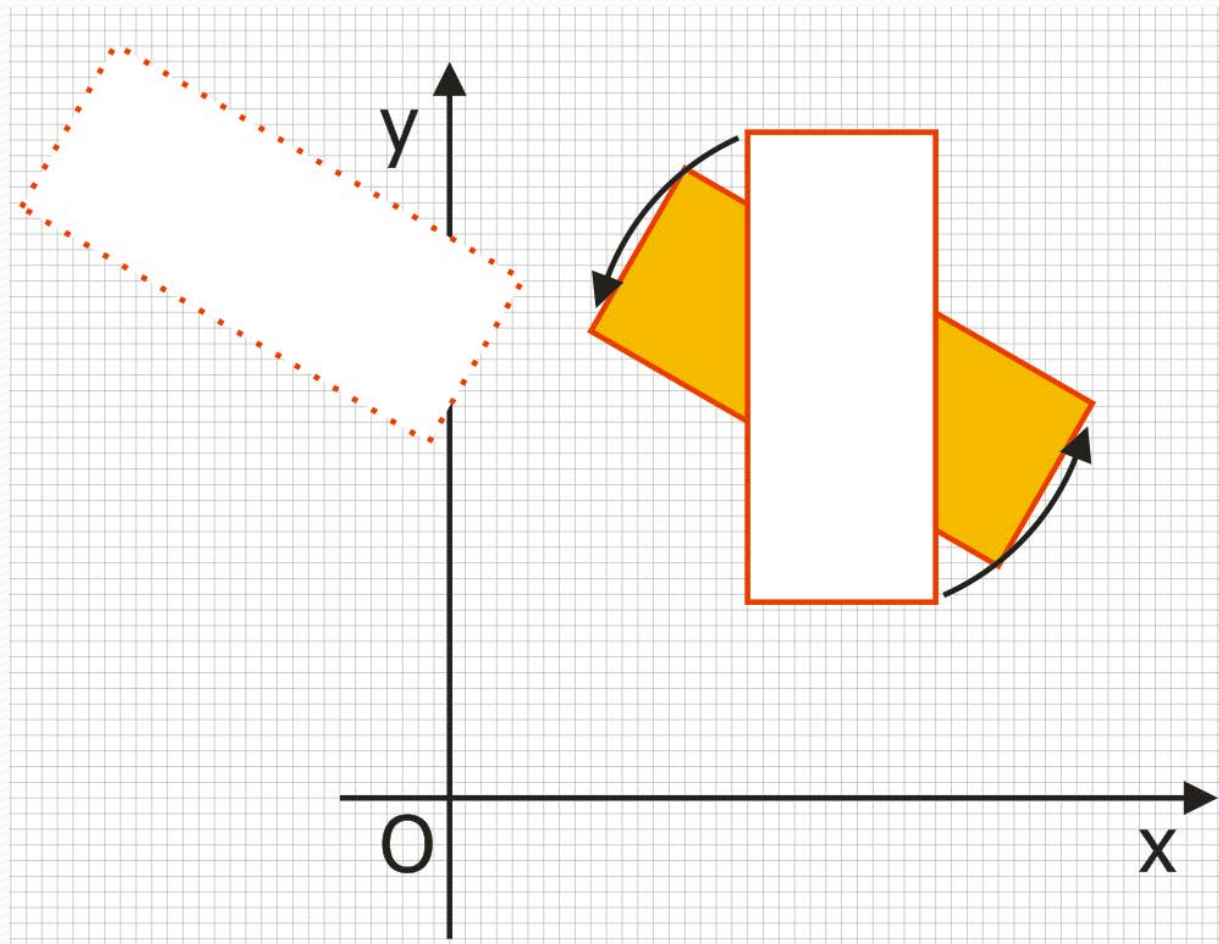


uhol  $\varphi$ :  
 $\langle 0..360^\circ \rangle$   
 $\langle 0..2\pi \rangle$

Orientácia  
uhla!!



- Otočenie objektu o uhol  $\varphi$



# Skladanie transformácií

- 1. Posun stredu rotácie do počiatku SS:  $t(t_x, t_y)$
- 2. Rotácia uhlom  $\varphi$
- 3. Inverzné posunutie  $t'(-t_x, -t_y)$
  
- Maticový zápis

$$(x', y', 1) = (x, y, 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t_x & t_y & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -t_x & -t_y & 1 \end{pmatrix}$$

# Skladanie transformácií

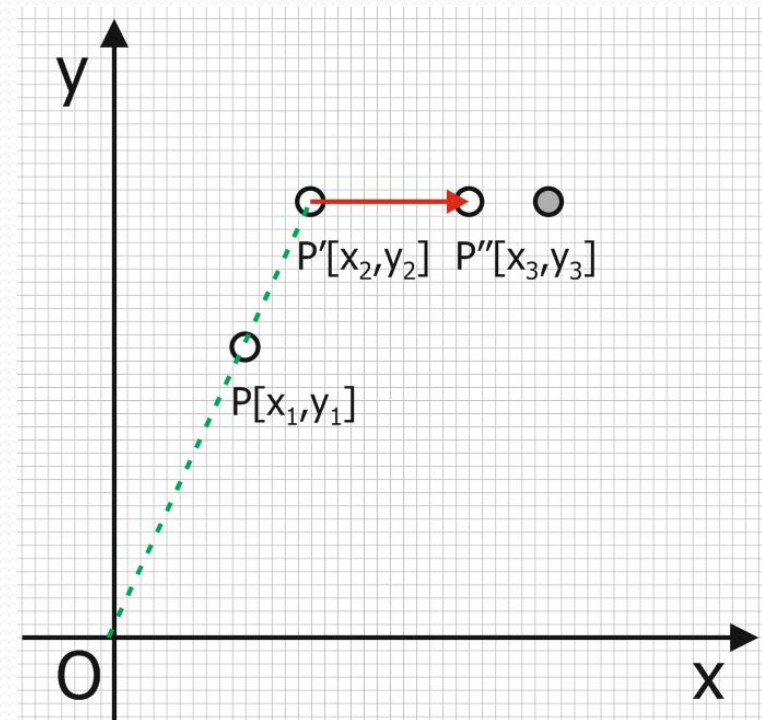
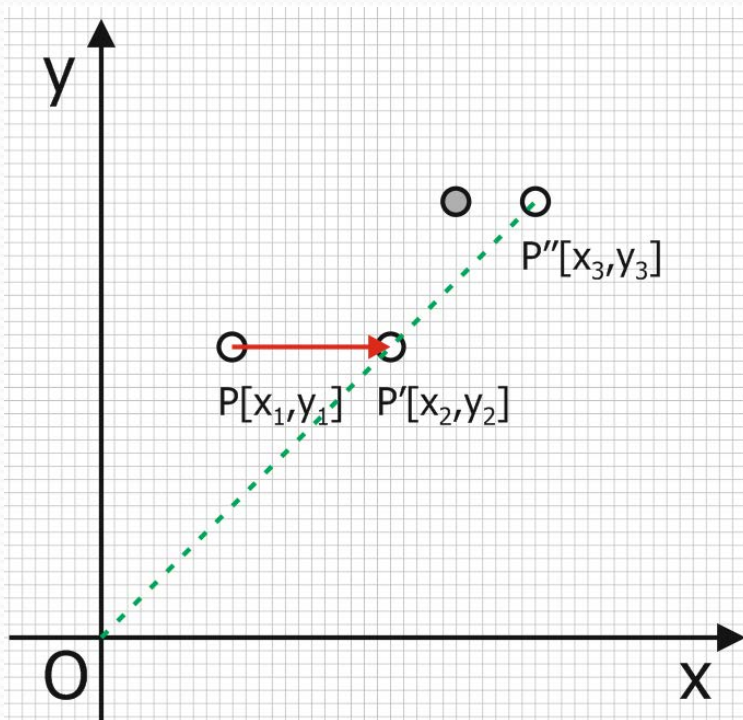
- Násobenie matíc je asociatívne
- $A.B.C = (A.B).C = A.(B.C)$
- Kombinované transformácie môžu byť použité opakovane

$$(x', y', 1) = (x, y, 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t_x & t_y & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -t_x & -t_y & 1 \end{pmatrix}$$

$$(x', y', 1) = (x, y, 1) \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ t_x \cos \varphi - t_y \sin \varphi - t_x & t_x \sin \varphi + t_y \cos \varphi - t_y & 1 \end{pmatrix}$$

# Poradie transformácií

- Násobenie matíc nie je komutatívne – poradie transformácií je dôležité



# 3D transformácie

- škálovanie

$$\begin{pmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- posunutie

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ t_x & t_y & t_z & 1 \end{pmatrix}$$

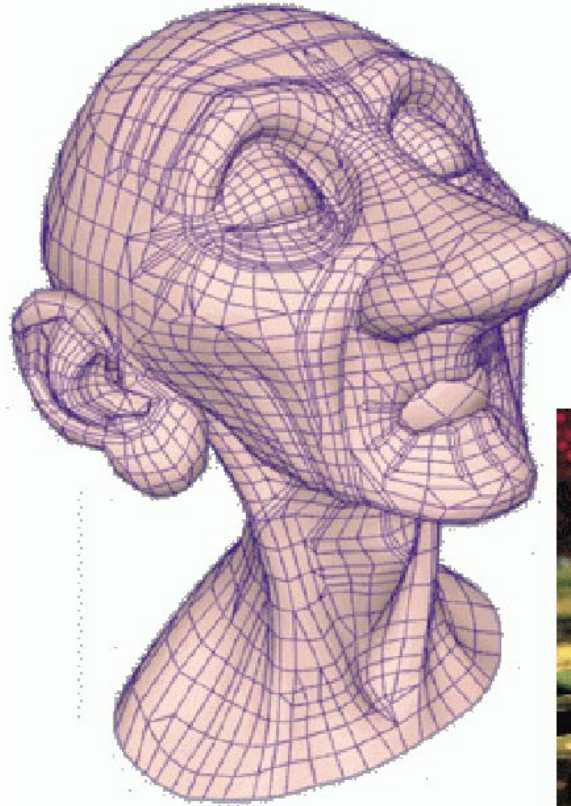
- rotácia

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi_x & -\sin \varphi_x & 0 \\ 0 & \sin \varphi_x & \cos \varphi_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \varphi_y & 0 & \sin \varphi_y & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi_y & 0 & \cos \varphi_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \varphi_z & \sin \varphi_z & 0 & 0 \\ -\sin \varphi_z & \cos \varphi_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

# Reprezentácia objektov

- Geri`s Game

- Pixar 1997
- Subdivision surfaces
- Polhemus 3d scan
- Over 700 controls



# Test

- Dobrovoľníci – popíšte obraz ostatným
- Ostatní – zreprodukuje obraz

# Test

- Dobrovoľníci – popíšte obraz ostatným
- Ostatní – zreprodukuje obraz

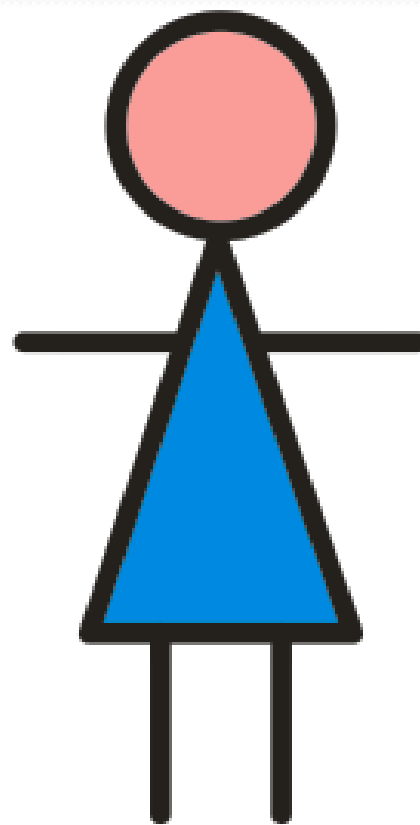
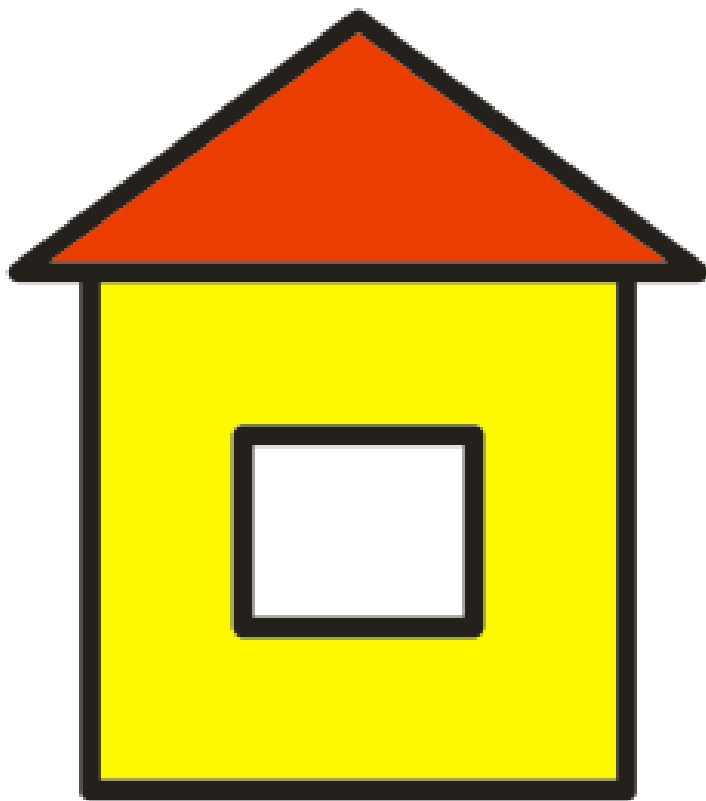




# Sémantika vs numerická rep.

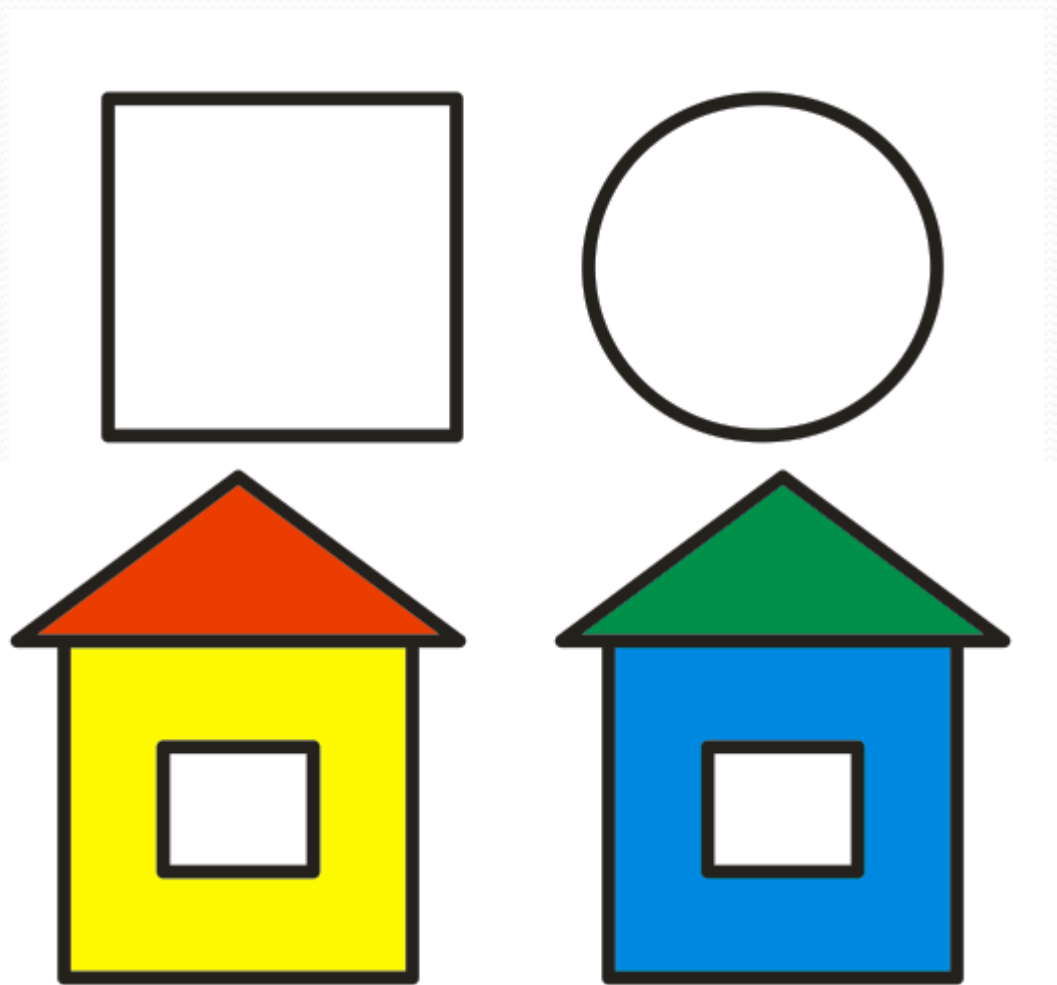
- Ľudia – sémantická reprezentácia
  - Koncept, pojmy, význam, emócie,
  - Nepresný, nejednoznačný
- Počítače – numerická reprezentácia
  - Presná, matematická, priamočiara

# Detailná reprezentácia



# Základné vlastnosti objektu

- Aké sú tieto vlastnosti?



# Pokročilé vlastnosti objektu

- Vlastnosti fyzikálneho objektu
  - Hmota, rigidita (stuhlosť), elasticita
- Vlastnosti materiálu
  - Lesklosť, drsnosť
  - Správanie sa svetla
  - Trenie

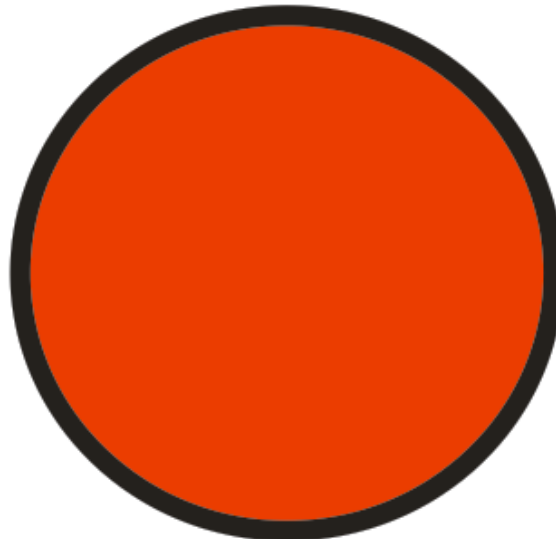
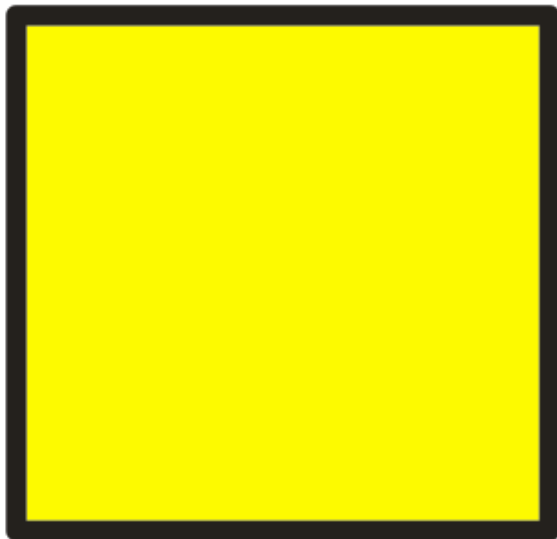


# Definovanie objektu

- Geometria
  - Plus transformácie objektu (lokálne → globálne)
- Materiál
  - Farba, lesklosť, index odrazu
- Vlastnosti objektu
  - Váha, elasticita

# 2D objekty

- Popíšte tento objekt

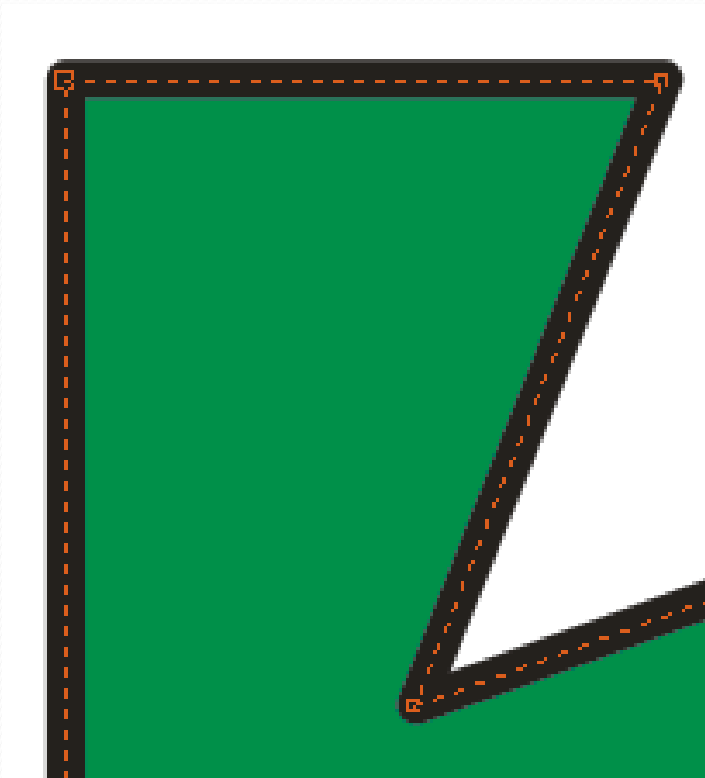


# 2D objekty

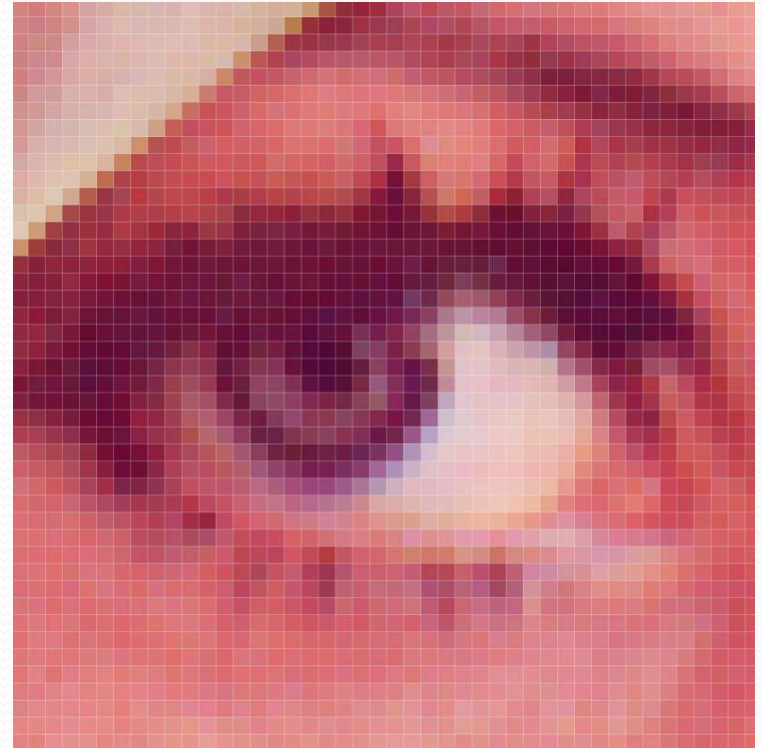
- Popíšte tento objekt



# Tvary vs. bitmapy



Tvar, vektor, krivka,  
parametrické, implicitné



Bitmapa, raster, pixel,  
explicitné

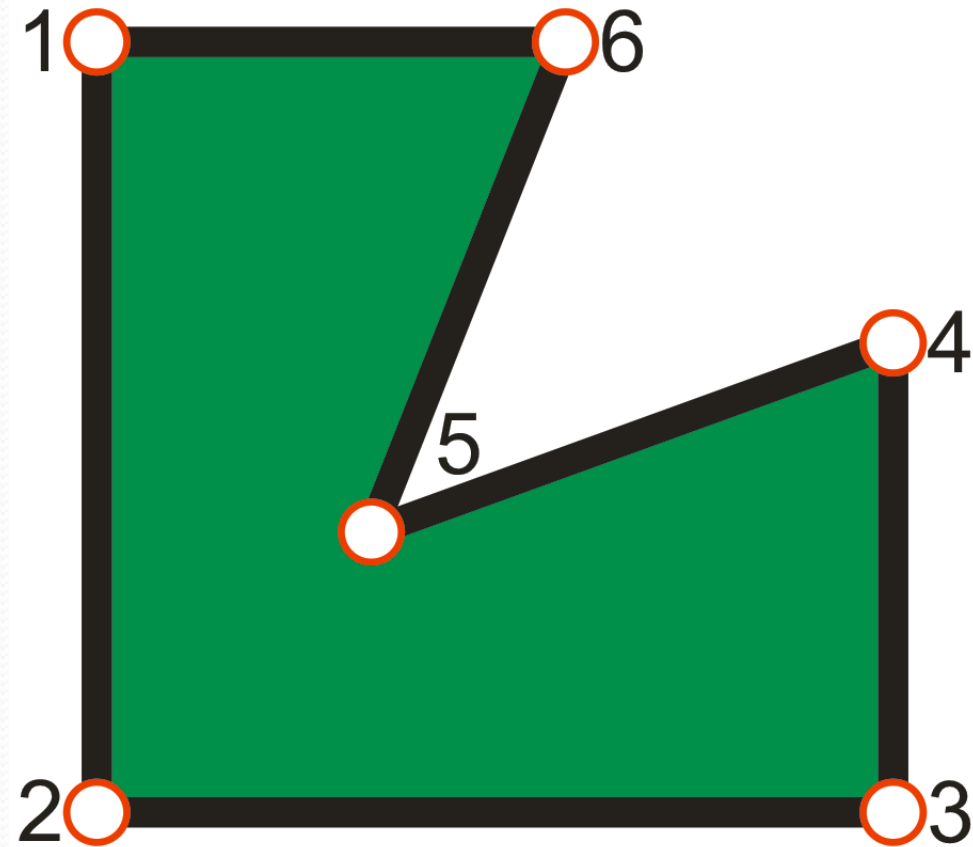




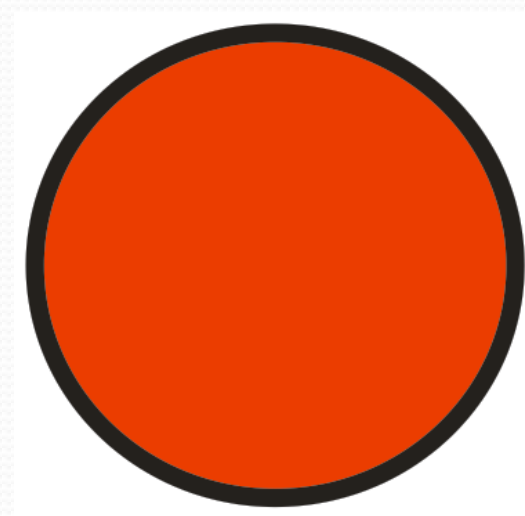
# 2D geometria

# Polygóny

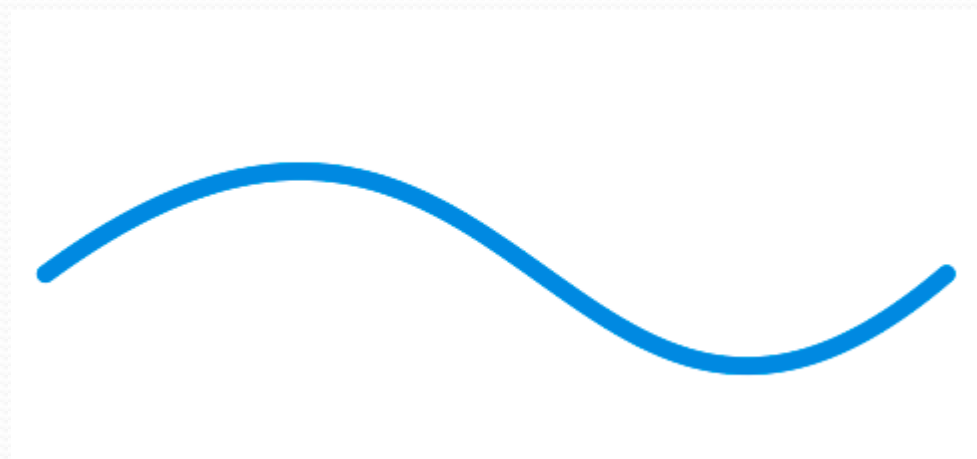
- Kontrolné vrcholy
  - Súradnice x,y
  - V poradí
- Hrany
  - Hrúbka
  - Tvar
  - Štýl (celá, bodkovaná,...)



# Krivky



- Primitíva
  - kruh, elipsa
- Všeobecné
  - parametrické krivky
    - Bezierove krivky
    - Spline krivky



# Parametrické krivky

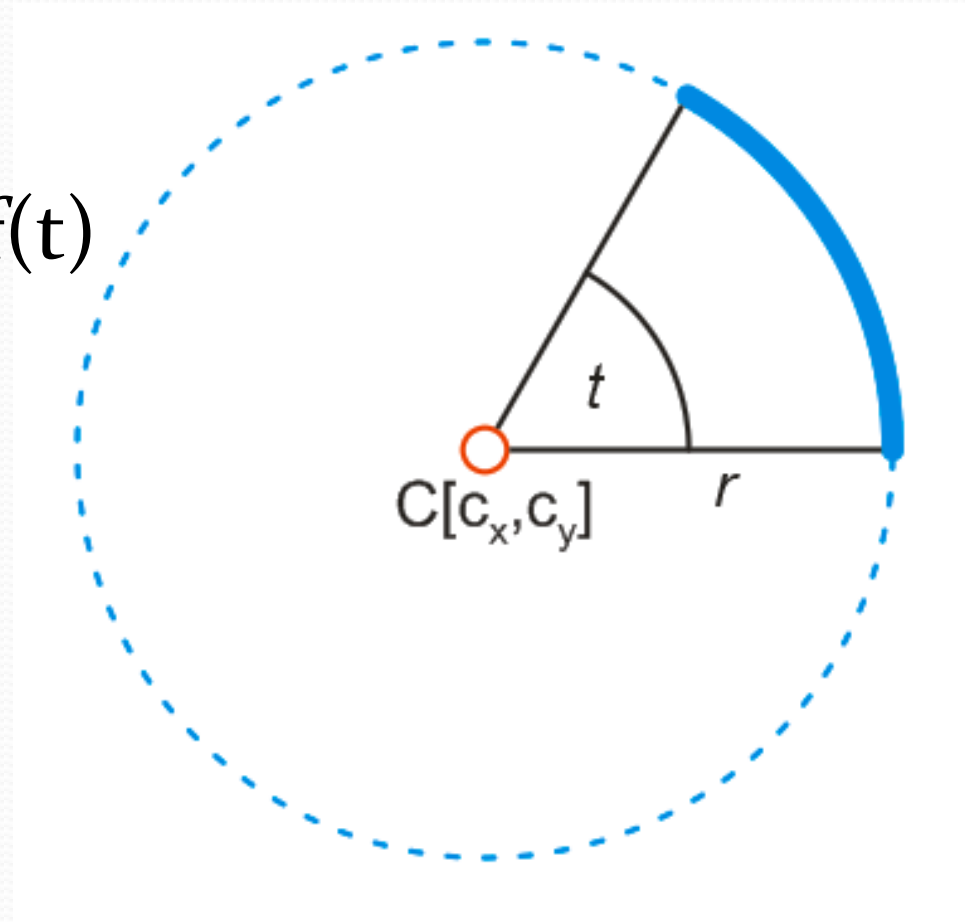
- Zovšeobecnenie

- $x=f_1(t)$
- $y=f_2(t)$

$$\left. \begin{array}{l} \bullet x=f_1(t) \\ \bullet y=f_2(t) \end{array} \right\} C(x,y) = f(t)$$

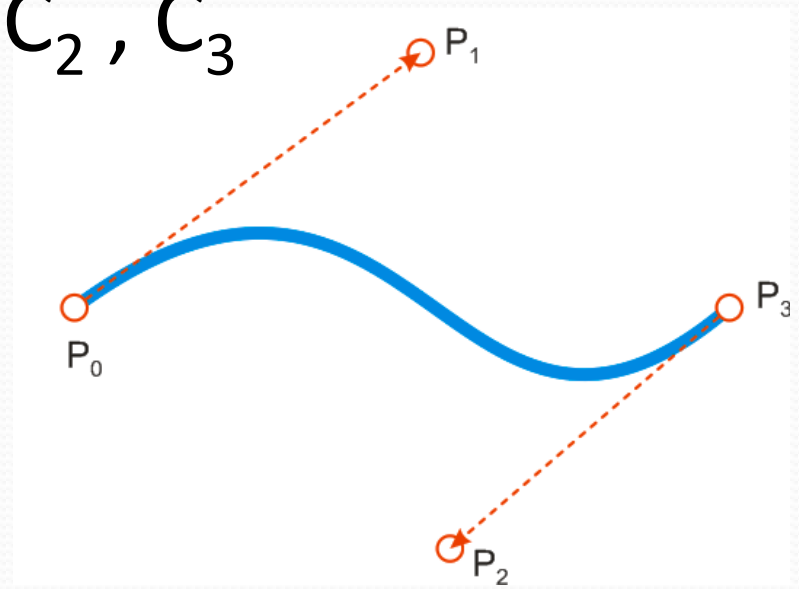
- Kruh

- $y = c_x + r.\cos(t)$
- $x = c_y + r.\sin(t)$
- $t \in \langle 0,2\pi \rangle$



# Kubická Bezierova krivka

- 4 kontrolné body  $C_0, C_1, C_2, C_3$
- $C_0$  a  $C_3$  koncové body
- $C_1$  a  $C_2$  definujú tvar
- Môžu byť zapúsané maticovo



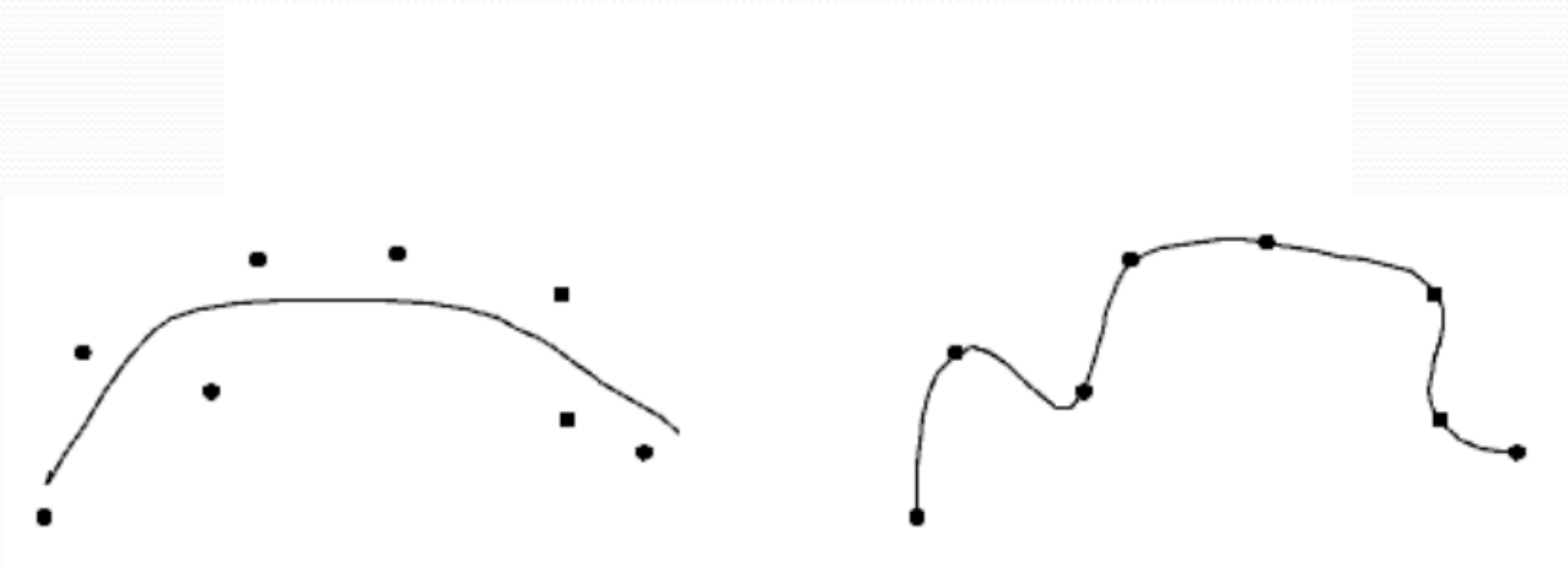
$$\mathbf{B}(t) = (1 - t)^3 \mathbf{P}_0 + 3(1 - t)^2 t \mathbf{P}_1 + 3(1 - t) t^2 \mathbf{P}_2 + t^3 \mathbf{P}_3, \quad t \in [0, 1].$$

# Parametrické → polygonálne

- $C(x,y) = f(t)$
- $t = 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$



# Aproximácia / Interpolácia

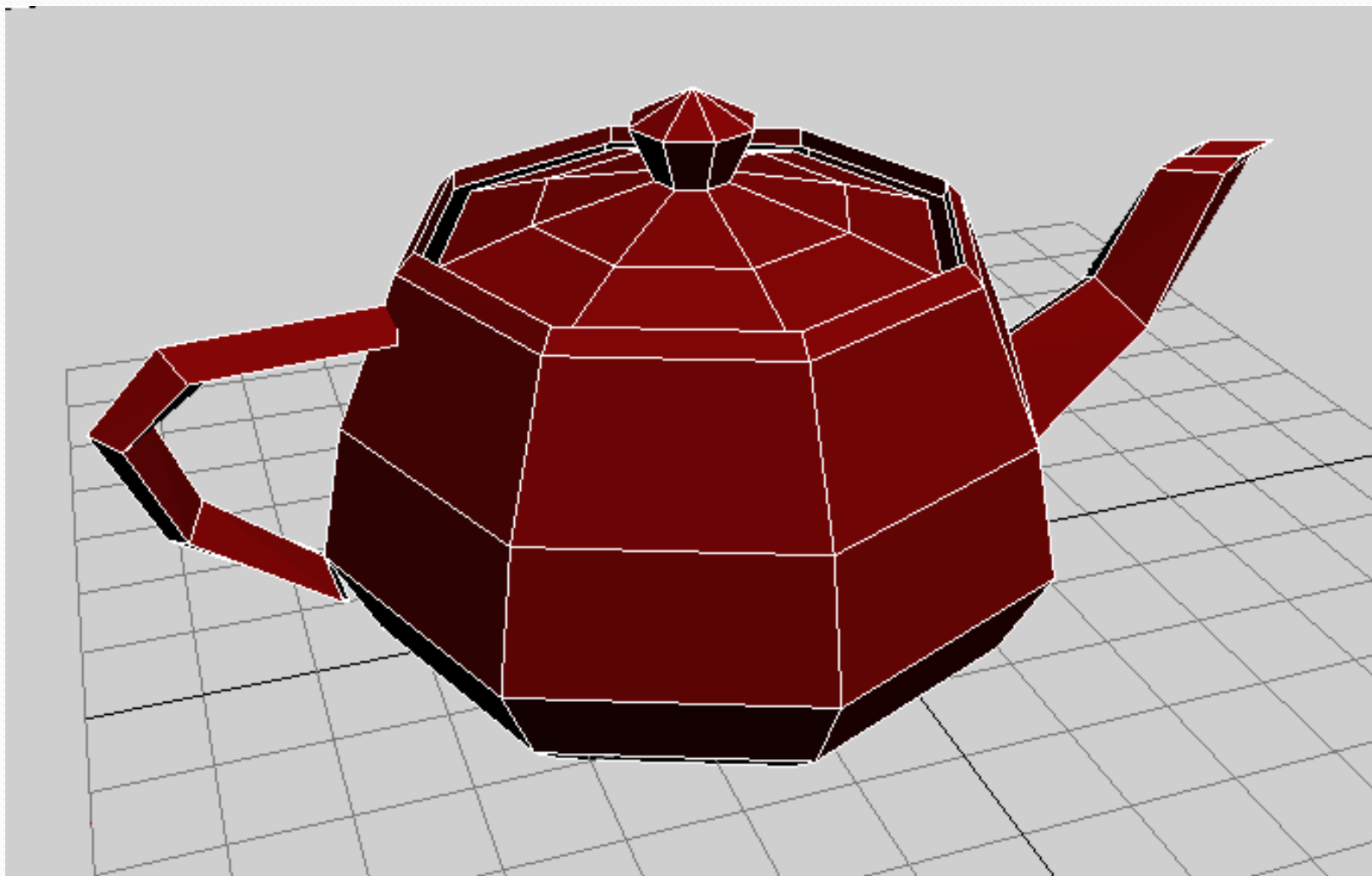




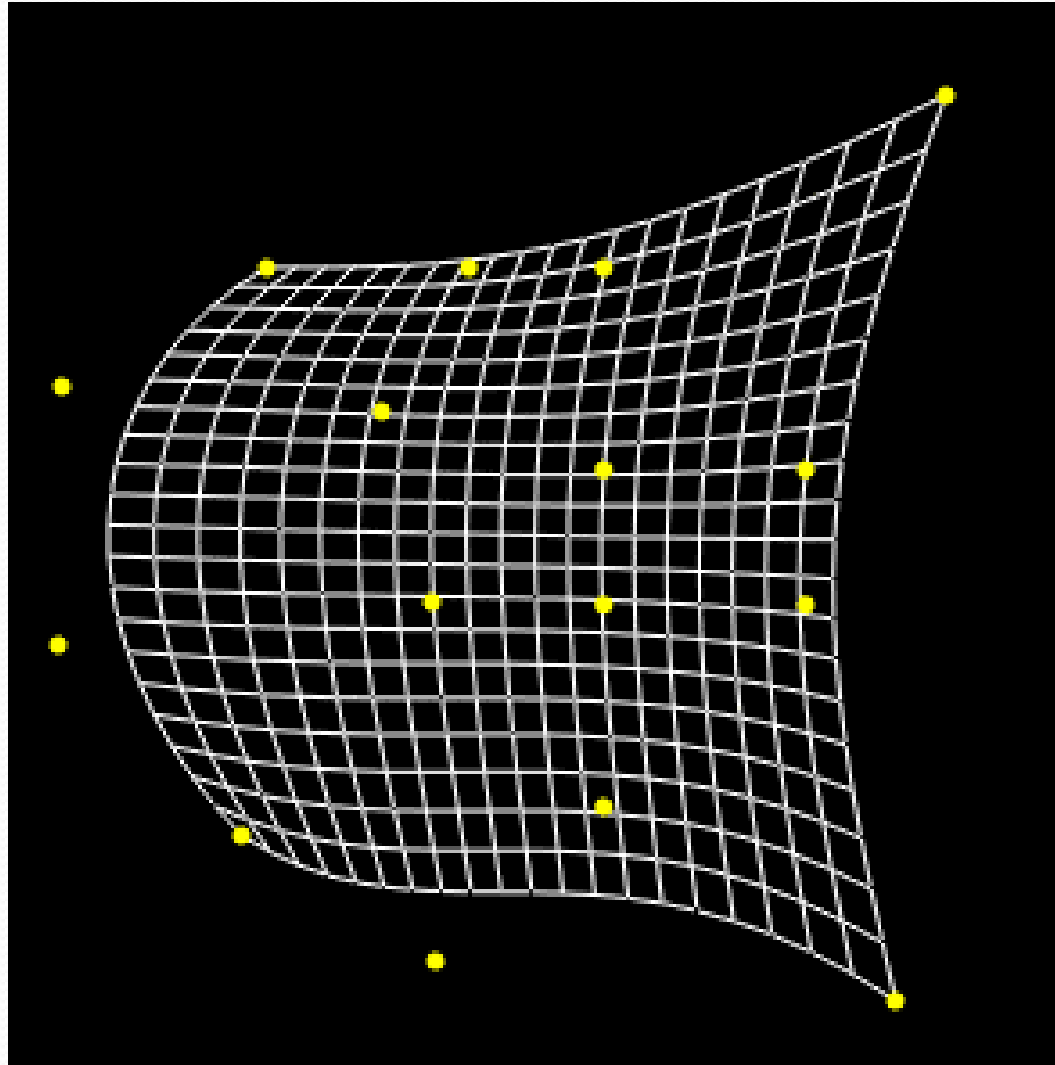
# 3D geometria



# Polygón → Mnohosten



# Krivka $\rightarrow$ Plocha



# Reprezentácia hranice

- Popísaný je len povrch objektov
- Žiadna informácia o vnútri objektu
  
- Mračno bodov (point cloud)
- Mriežka (Wireframe)
- Polygoniálna sieť (Polygonal mesh)
- Parametrické povrchy (Parametric surfaces)
- Subdivision surfaces
- Implicitné povrchy (Implicit surfaces)

# Mračno bodov

- Množina bodov, ktorých pozícia je na hranici objektu
- Získané pomocou 3D skenovania
- Spojitá informácia?

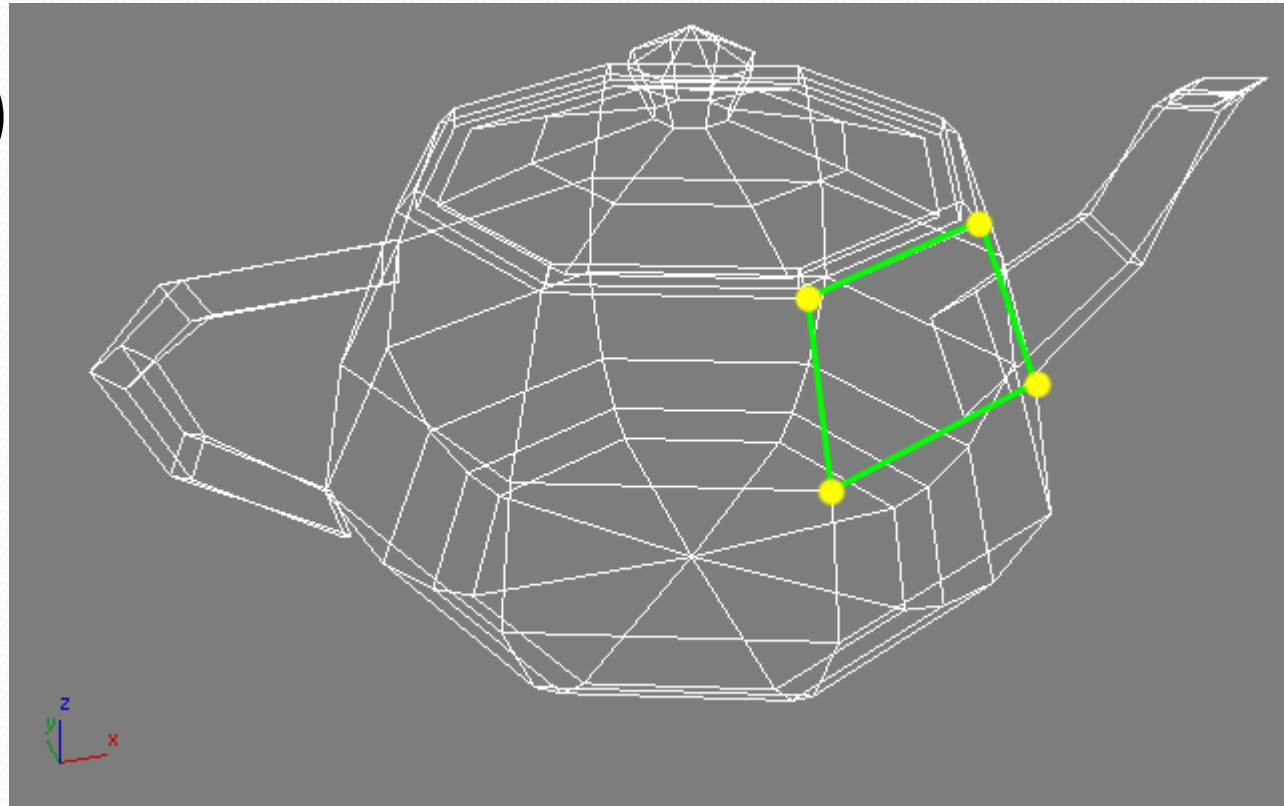


<http://www.photomodeler.com>

# Mriežka (Wireframe)

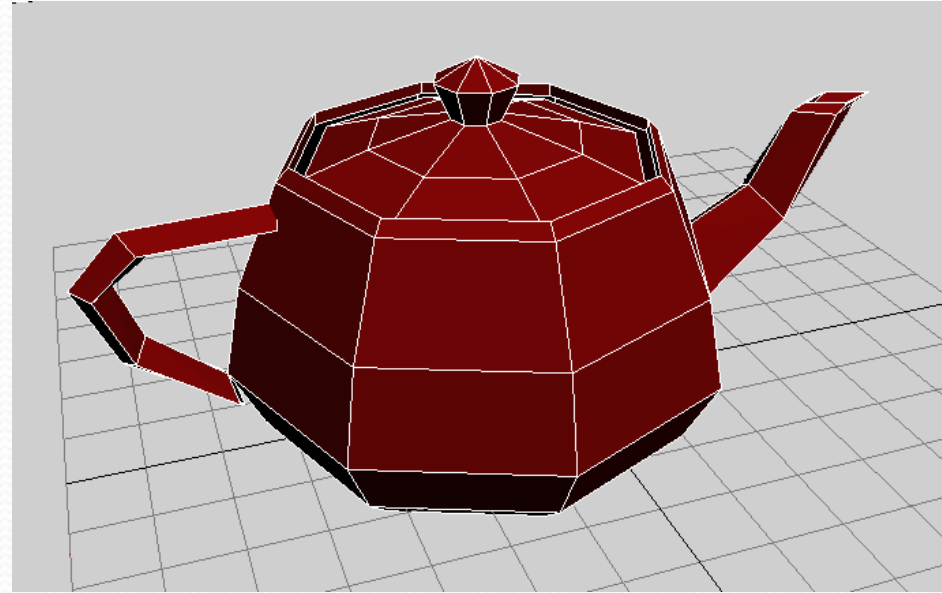
- Množina

- Bodov  $V(x,y,z)$
- Hrán  $E(V_i, V_j)$



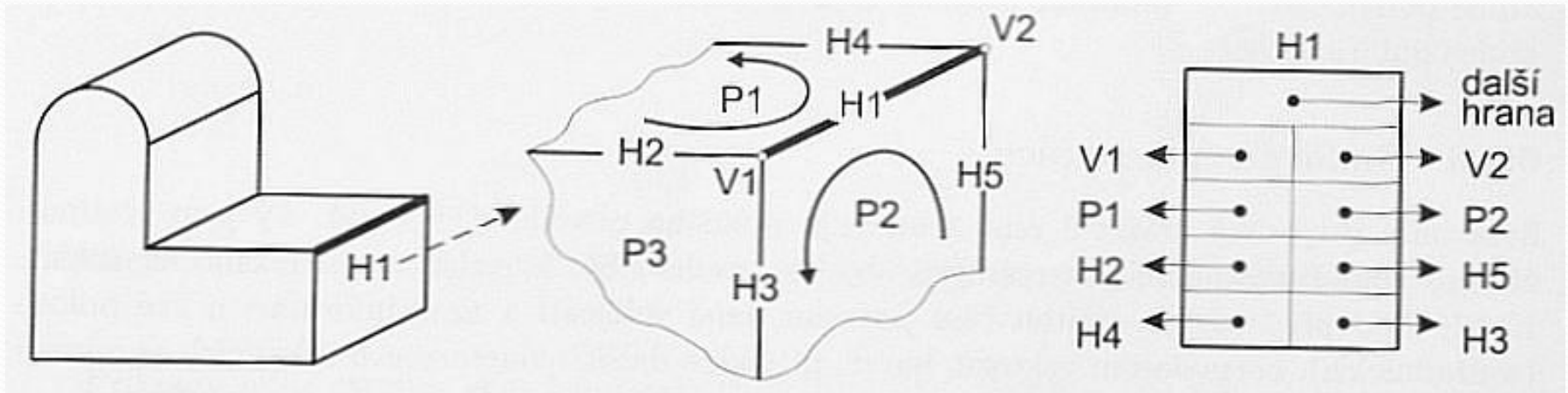
# Reprezentácia pomocou polygónov

- Polygonálna mriežka
  - Vrcholy  $V(x,y,z)$
  - Hrany  $E(V_i, V_j)$
  - Plochy  $F(V_1, V_2, \dots, V_n)$



# Príklad – okrídlená hrana

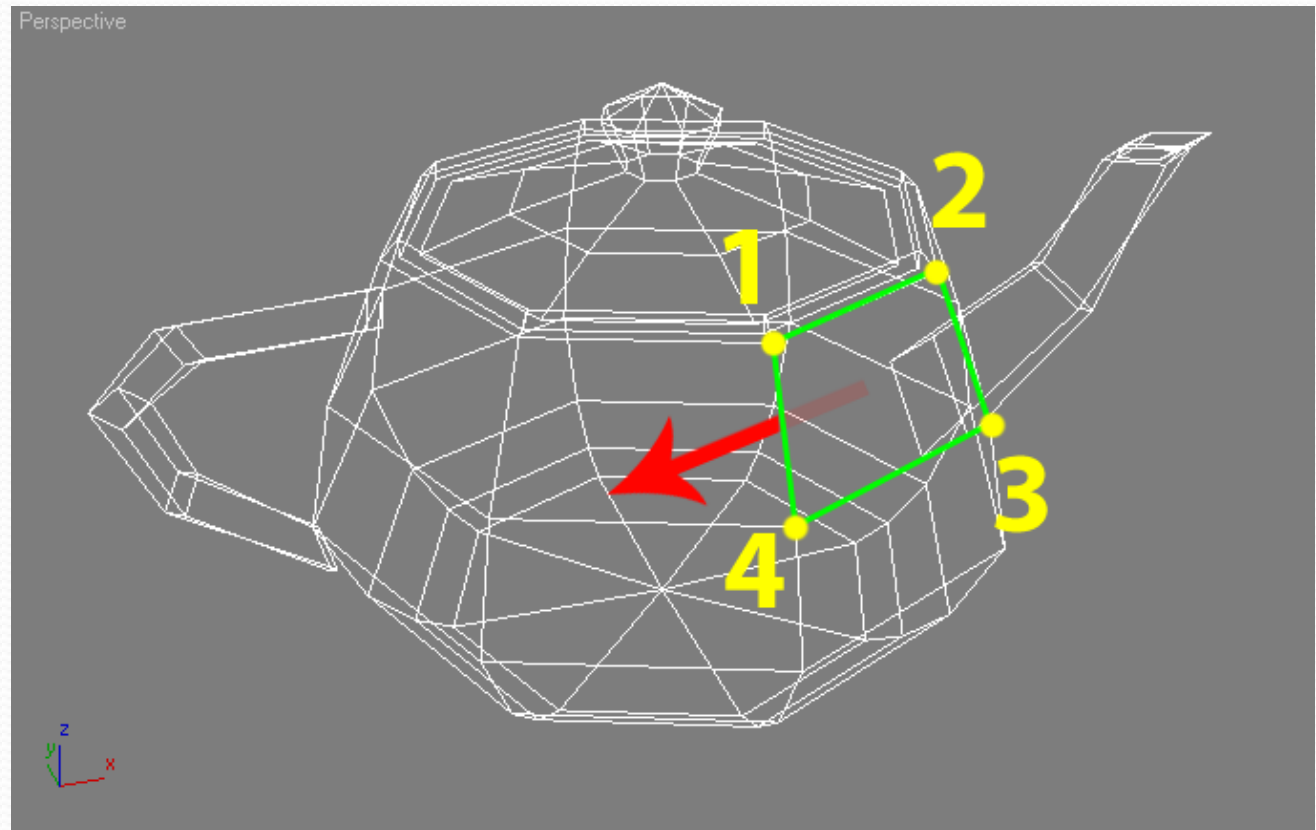
- Okrídlená hrana (winged edge)



- Rýchly prechod mriežkou
- Rozdeľovacie / spájacie operácie

# Prientácia polygónov - normála

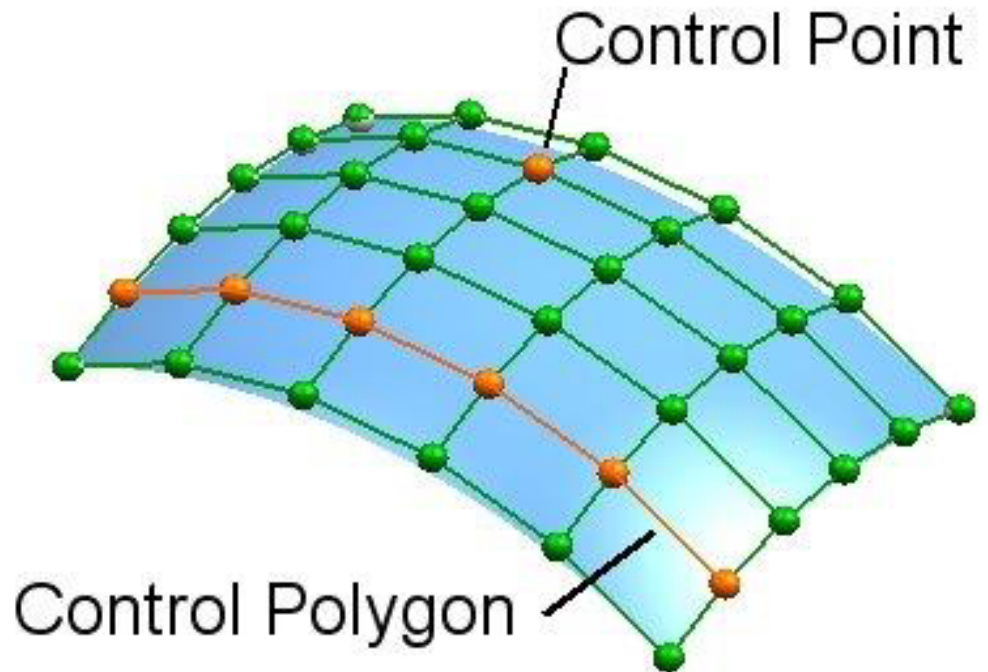
- Pravotočivý súradnicový systém





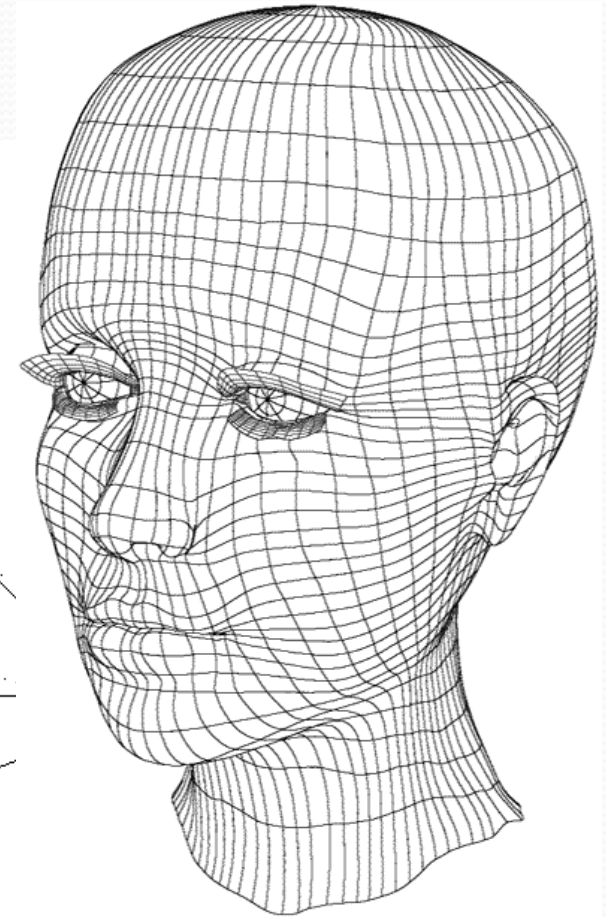
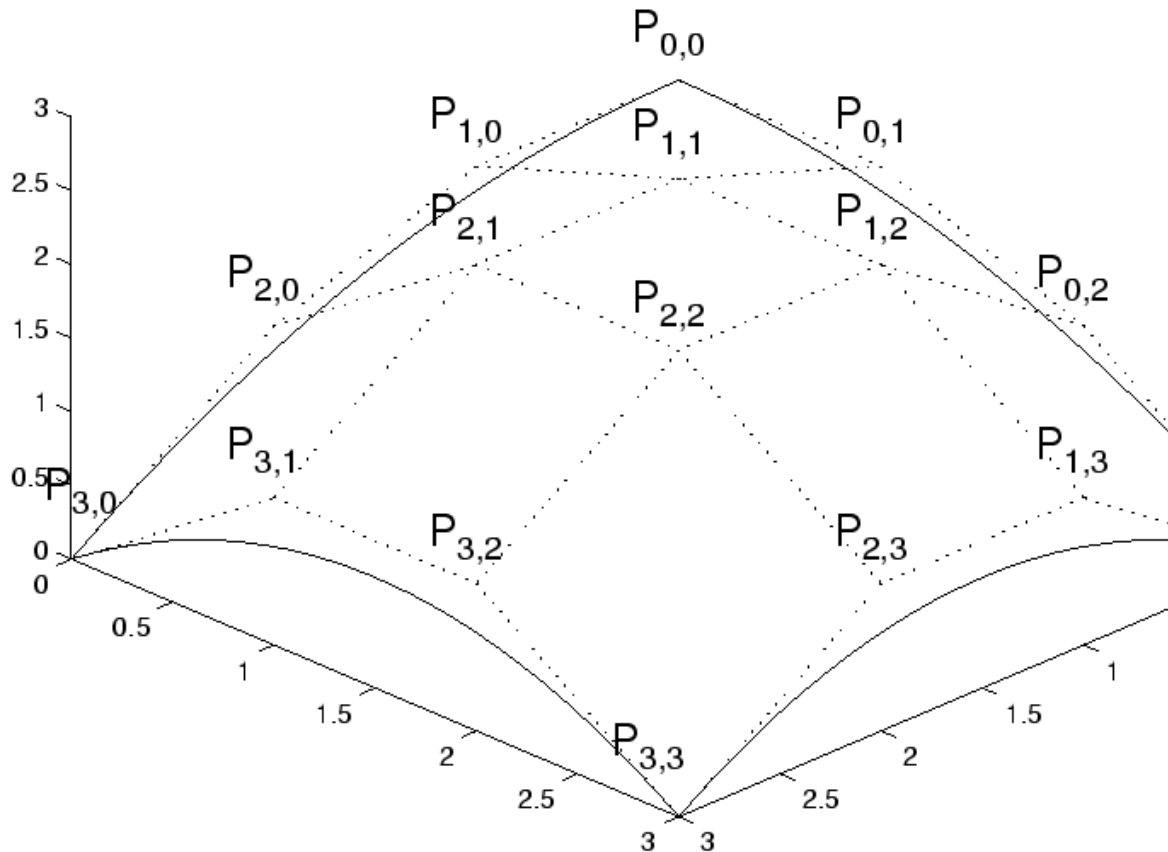
# Parametrické povrchy

- 3D zovšeobecnenie parametrických kriviek
- $m \times n$  kontrolných bodov
- parametre  $u, v$
- $C(x, y, z) = f(u, v)$



# Parametrické povrchy

- Cubic Bezier surface, NURBS

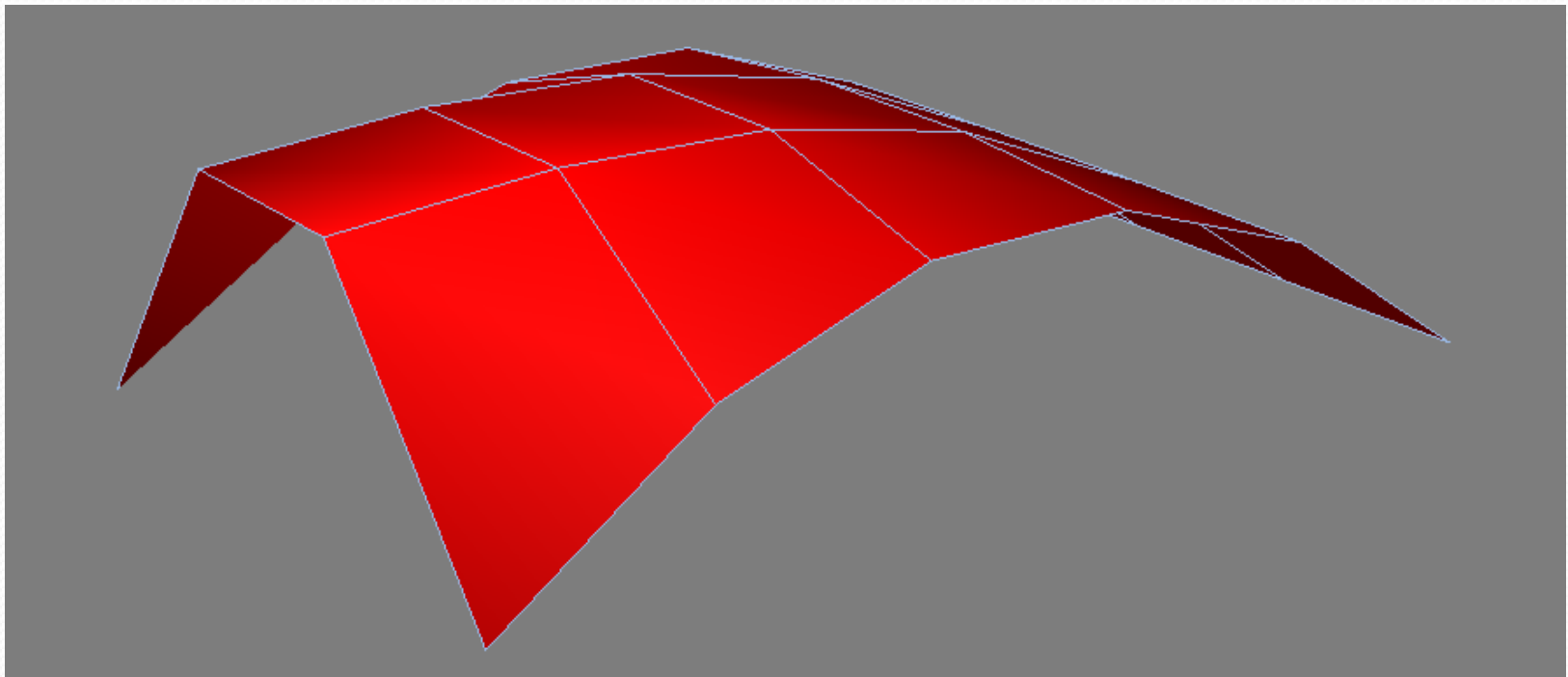


# Parametrické vs. polygonálne

- Parametrické
  - Hladké, reparametrizovateľné
  - Ťažšie renderovanie
  - Presné renderovanie
- Polygonálne
  - Diskrétne, ťažšie reparametrizované
  - Rýchlejšie renderovanie alebo rasterizácia
  - Aproximatívne renderovanie

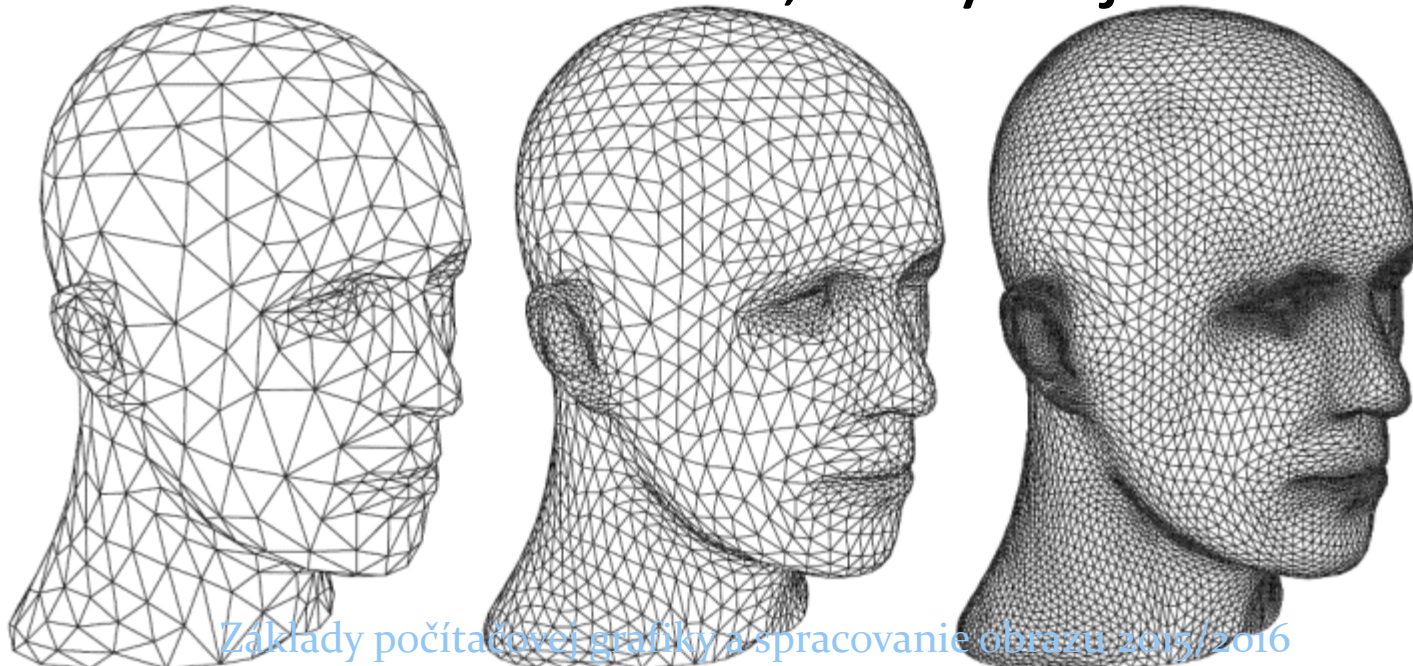
# Parametrické → Polygoniálne

- $C(x,y,z) = f(u,v)$
- $u = 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, v = 0.0, 0.33, 0.66, 1.0$



# Subdivision surfaces

- Rekurzívne podrozdeľovanie polygonálneho modelu
- Limitný povrch – spojitý
- Jednoduché modelovanie, malý objem dát



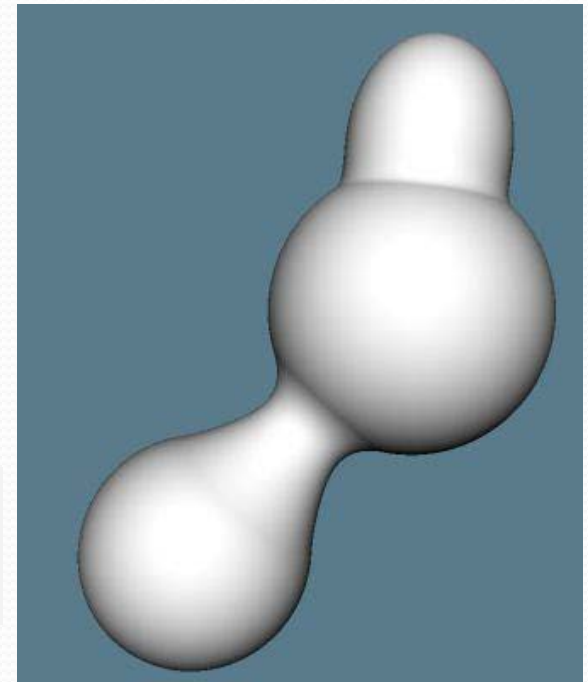
# Implicitné povrchy

- $F(x,y,z) = 0$

- guľa  $x^2 + y^2 + z^2 - r^2 = 0$

- metaballs:

$$\sum_m R / ((x - x_m)^2 + (y - y_m)^2 + (z - z_m)^2) - c = 0$$



# Otázka

- Čo sa stane, keď zmeníme na

$$F(x,y,z) = 0$$

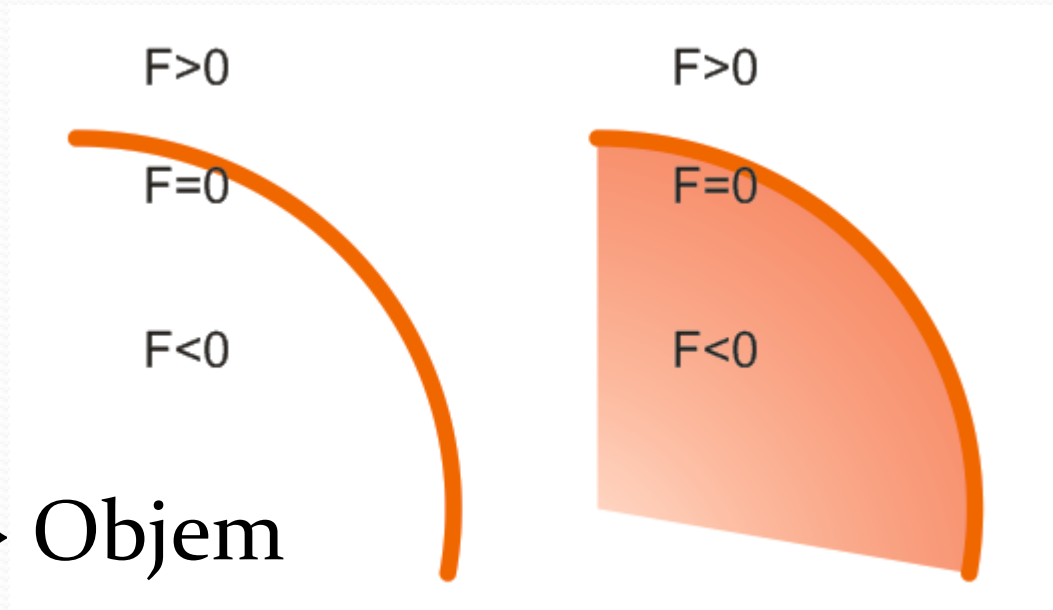
$$F(x,y,z) \leq 0$$

# Otázka

- Čo sa stane, keď zmeníme na

$$F(x,y,z) = 0$$

$$F(x,y,z) \leq 0$$

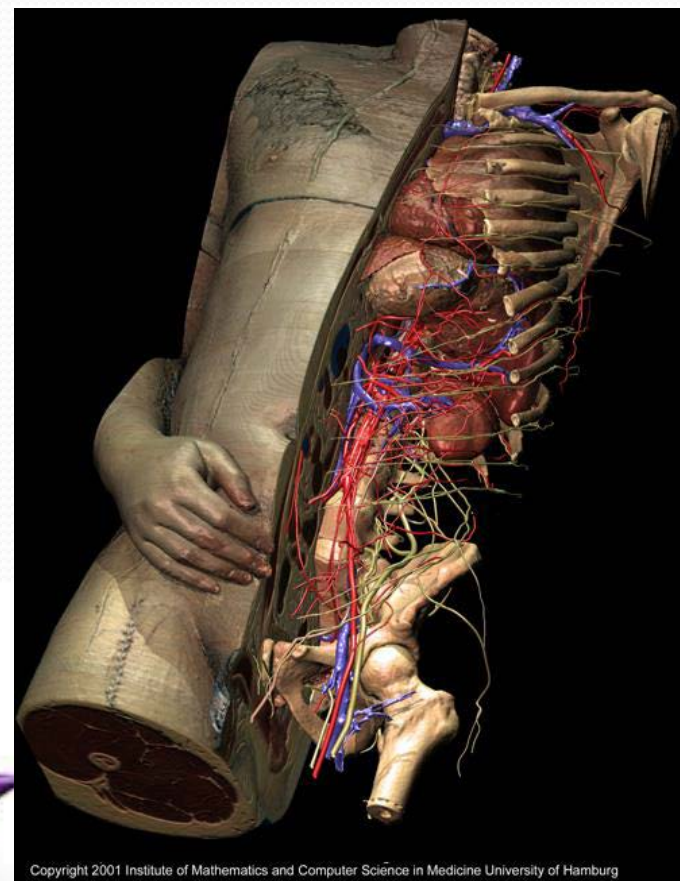


- Povrch  $\rightarrow$  Objem



# Volumetrická reprezentácia

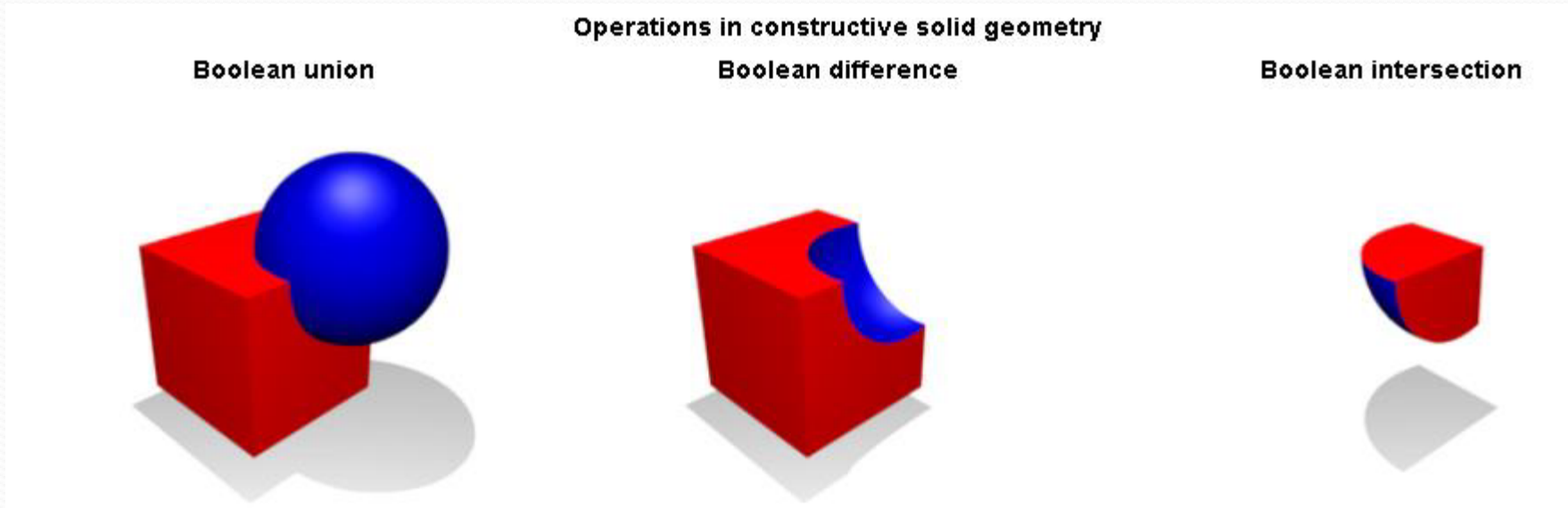
- Reprezentácia nielen povrchu, ale aj vnútra objektu
- Medicína, fyzika, simulácie, animácia
- Voxely
  - Objemové elementy, „3D pixely“
  - Diskrétne
  - Binárne hodnoty
  - Float hodnoty



Copyright 2001 Institute of Mathematics and Computer Science in Medicine University of Hamburg

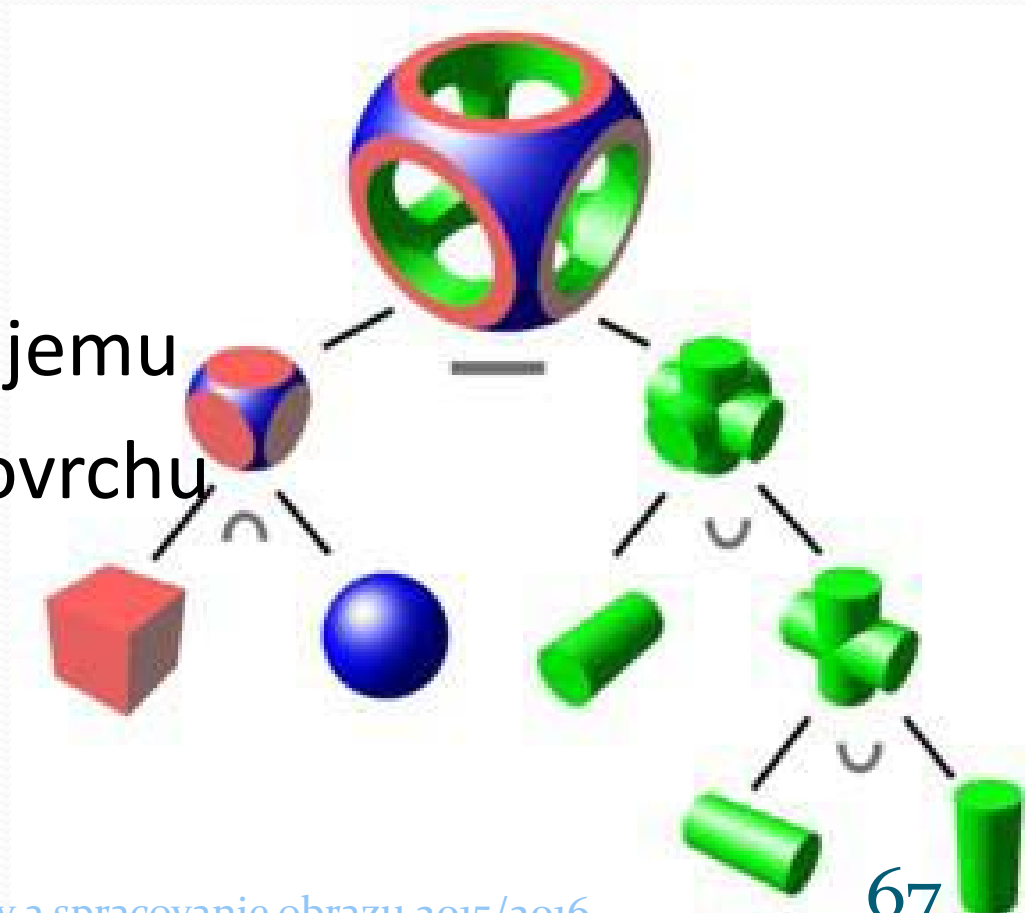
# CSG Constructive solid geometry

- Základné objekty + Boolovské operácie
  - AND, OR, NOT



# CSG

- Hierarchia
  - Listy – objekty
  - Hrany - operácie
- Dobrá reprezentácia objemu
- Zložitá reprezentácia povrchu



# Funkcionálna reprezentácia

- F-rep  $\sim$  zovšeobecnenie CSG
- Viac funkcií - operácií
  - napr. object blending

```
center = [0, 0.5, 0];
se = hfSuperell(x, center, 8, 2.5, 8, 0.3, 0.3);

center = [0, -0.5, 0];
el_cly = hfEllCylZ(x, center, 4, 2);

wrist = el_cly & (8-x[3]) & (x[3]+20);

center = [0, 3.5, 0];
el1 = hfEllipsoid(x, center, 8, 1, 8);

center = [-2, 3.5, 0];
el2 = hfEllipsoid(x, center, 8, 1, 8);

center = [2, 3.5, 0];
el3 = hfEllipsoid(x, center, 8, 1, 8);

center = [-0.5, 3.5, -2];
el4 = hfEllipsoid(x, center, 8, 1, 8);

el = el1 | el2 | el3 | el4;

palm = hfBlendUni(se, wrist, 5, 2, 2) \ el;
```



# Špeciálne objekty

- Časticové systémy

- Emitor + fyzikálne zákony + elementárne častice
- voda, sneh, dážď, dym, hmla, oblaky, oheň, multi-agentové systémy

- Billboardy

- Komplexné objekty nahradené obrázkami
- Stromy, tráva, oheň, dym, svetelné efekty,...
- Môžu byť animované

