Záverečná písomka

15. 12. 2014

(20b)

1. *(4b)* Uvažujme bilineárnu tenzorovo-súčinovú Bézierova záplatu $\mathcal{B}$ s riadiacimi vrcholmi

$$p_{00} = (0,0,0),\ p_{10} = (1,0,0),\ p_{01} = (0,1,0),\ p_{11} = (1,1,1),$$

pričom záplatu $\mathcal{B}$ chápeme ako obraz definičnej oblasti $\mathcal{D} := \langle 0,1\rangle \times \langle 0,1\rangle$.

Uvažujme krivky $\mathcal{C}_1 \subset \mathcal{B}$ resp. $\mathcal{C}_2 \subset \mathcal{B}$, ktoré sú obrazmi úsečiek $\mathcal{Q}_1 \subset \mathcal{D}$ resp. $\mathcal{Q}_2 \subset \mathcal{D}$, ak

$$\mathcal{Q}_1 = q_0q_1\colon\ q_0 = \left(\frac{1}{4}, 0\right),\ q_1 = \left(0, \frac{1}{4}\right),$$
$$\mathcal{Q}_2 = q_2q_3\colon\ q_2 = \left(0, \frac{1}{4}\right),\ q_3 = \left(0, \frac{1}{2}\right).$$

Určite rovnicu dotykovej roviny plochy $\mathcal{B}$ v priesečníku kriviek $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2$.

2. *(5b)* Uvažujme riadiace vrcholy $\{p_{ij} \mid i,j \in \{0,1\}\}$ záplaty $\mathcal{B}$ z predchádzajúceho cvičenia.

Zostavte predpis Coonsovej bilineárne stmeľovanej záplaty $\mathcal{S}(t,s)$ definovanej nad $\langle 0,1\rangle \times \langle 0,2\rangle$, ktorá má vrcholy $\{p_{ij}\}$ za svoje rohové vrcholy. Interpoláciu $\{p_{ij}\}$ overte.

3. *(7b)* Uvažujme rotačný elipsoid $\mathcal{E}$, ktorý vznikol otočením elipsy ležiacej v rovine $x = 0$ s poloosami dĺžky $a > b > 0$ okolo osi z; jeho implicitné vyjadrenie je

$$\mathcal{E} := \left\{ (x,y,z) \;\middle|\; \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1 \right\}.$$

Uvažujme jeho časť $\mathcal{E}_+$ ležiacu v oktante $x \geq 0,\ y \geq 0,\ z \geq 0$. Vidíme, že prienik $\mathcal{E}_+$ s rovinou $x = 0$ resp. $y = 0$ je (v oboch prípadoch) časť elipsy (označme ich $\mathcal{C}_x$ resp. $\mathcal{C}_y$), prienik $\mathcal{E}_+$ s rovinou $z = 0$ je štvrťkružnica s polomerom a, označme ju $\mathcal{C}_z$.

martina.batorova@sccg.sk

(a) Vymodelujte trojuholníkovú Bézierovu záplatu $b^{\triangle}$ tak, aby jej hranicu tvorili krivky $\mathcal{C}_x, \mathcal{C}_y, \mathcal{C}_z$. Ukážte, že záplata $b^{\triangle}$ je iba aproximáciou a nie interpoláciou $\mathcal{E}_+$.

(b) Nech je $b^{\triangle}$ obrazom definičnej oblasti

$$\mathcal{D}^{\triangle} := \{(u, v) \mid u, v \geq 0,\ u + v \leq 1\}.$$

Vypočítajte (ľubovoľným spôsobom) súradnice bodu záplaty, ktorý je obrazom bodu $p = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \in \mathcal{D}^{\triangle}$.

4. *(4b)* Uvažujme záplaty $\mathcal{S}^{\triangle}$ (vľavo) a $\mathcal{S}^{\square}$ (vpravo) nad trojuholníkovou resp. obdĺžnikovou definičnou oblasťou $\mathcal{D}^{\triangle} =: \triangle p_0p_1p_2$ resp. $\mathcal{D}^{\square} := \square p_1p_2p_3p_4$

Dopočítajte chýbajúce údaje tak, aby záplaty $\mathcal{S}^{\triangle}$ a $\mathcal{S}^{\square}$ boli pozdĺž naznačenej hranice napojené C^1-hladko.