

Pokročilé spracovanie obrazu - Fourierová transformácia

Ing. Viktor Kocur
viktor.kocur@fmph.uniba.sk

DAI FMFI UK

29.11.2017

Obsah

- 1 Fourierová transformácia
 - Matematické základy
 - Filtrácia v spektrálnej oblasti

Diskrétna Fourierová transformácia - 1D

Definícia

$$F_k = \mathcal{F}[\vec{f}]_k = \sum_{n=0}^{N-1} f_n \cdot e^{\frac{-2\pi ink}{N}}$$

Inverzne

$$f_n = \mathcal{F}^{-1}[\vec{F}]_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F_k \cdot e^{\frac{2\pi ink}{N}}$$

2D FFT v matlabe

`fft2`

`fft2(I)` - Vrátí Fourierovú transformáciu šedotónového obrazu I .

`ifft2`

`ifft(F)` - vrátí inverznú Fourierovú transformáciu obrazu F .

`fftshift`

`fftshift(fft2(I))` - Vrátí Fourierovú transformáciu obrazu šedotónového obrazu I , tak že nulová frekvencia bude v strede obrazu.

Úloha

Skúste si zobrazit' Fourierovú transformáciu zátišia.

Komplexné čísla

Problém I - Komplexné čísla

FFT v matlabe vracia komplexné čísla! IFFT vracia komplexné čísla tiež. Musíme sa preto naučiť pracovať s komplexnými číslami.

Práca s komplexnými číslami

- i , j - konštanty reprezentujúce komplexné číslo - nedá sa použiť ak máme definované premenné s rovnakým menom
- $\text{real}(c)$ - reálna časť komplexného čísla c
- $\text{imag}(c)$ - imaginárna časť komplexného čísla c
- $\text{abs}(c)$ - absolútna hodnota komplexného čísla c
- $\text{angle}(c)$ - uhol komplexného čísla c

Úloha

Problém II

Potreba pracovať v double, komplexné čísla, fftshift, hodnoty transformácie sú príliš veľké v (0,0)!

Funkcia ako riešenie

```
function F = zobrffft(I)
    F = fftshift(fft2(im2double(I)));
    imagesc(log(abs(F+1)));
    colormap(gray);
end
```

Úloha

Úloha

Zobrazte si absolútne hodnoty fourierovej transformácie obrázkov pruhyoriz.pgm, pruhyvert.pgm, pruhysikme.pgm, zatisie.pgm, lena.pgm, zavlnena.pgm. Pre niektoré obrázky zobrazte fázy fourierovej transformácie.

Úloha

Obrázok lena.pgm transformujte a potom použite inverznú transformáciu, ale využite len informáciu o fáze, alebo len informáciu o absolútnej hodnote, lebo reálnu časť, alebo len imaginárnu. Skúste v transformovanom obraze zachovať iba jeden z kvadrantov a takýto obraz inverzne transformovať.

Filtrácia v spektrálnej oblasti - princíp

Rozloženie frekvencií v matici po transformácii

V spektrálnej oblasti (po transformácii) sú nižšie frekvencie bližšie pri strede a vyššie na okrajoch.

Význam

Vysoké frekvencie predstavujú details. Ak zachováme v obrázku len vysokospektrálne príspevky, tak dostaneme najmä hrany. Ak zachováme len príspevky nízkych frekvencií dostaneme rozmazaný obrázok.

Ideálny highpass a lowpass

Highpass

Transformujeme obrázok. Hodnoty pre nízke frekvencie vynulujeme. Urobíme inverznú transformáciu.

Lowpass

Rovnaký proces ale vynulujeme vysoké frekvencie.

Cut-off frekvencia

Frekvencia od (do) ktorej nulujeme hodnoty sa nazýva frekvencia.

Butterworthov filter

Butterworthov filter

$$H = \frac{1}{1 + (\sqrt{2} - 1) \left(\frac{D}{D_0}\right)^{2n}}$$

D je Euklidovská vzdialenosť od stredu.

Funkcia na highpass Butterworthov filter

Otvorte si butterhigh.m zo zipu.

Úloha

Zobrazte si pomocou imagesc tento filter. Použite tento filter na nejaký obrázok v spektrálnej oblasti. Upravte funkciu aby sme ju mohli použiť na lowpass filter.

Ideálny highpass a lowpass

Úloha

Vytvorte funkcie ktoré vrátia ideálny highpass a ideálny lowpass filter. Použite časť kódu z butterhigh.m.

Úloha

Aplikujte filtre s rôznymi cut-off frekvenciami na lena.pgm a zatisie.pgm.

Filtrácia periodického šumu

Periodický šum

Periodický šum sa vo Fourierovom obraze prejaví ako pár, alebo viac oblastí kde je zvýšená amplitúda. Vďaka tomu môžeme Fourierov obraz upraviť a previesť inverznú transformáciu. Vo výslednom obraze bude periodický šum potlačený.

Úloha

Pre obrázkov tree.png, zavlnena.pgm a periodic.png potlačte pomocou Fourierovej transformácie periodický šum.