


Rozpoznávanie obrazcov

Štatistika 1

4.3.2014

- 
- Pravdepodobnosť
 - Distribučná funkcia
 - Rozdelenia pravdepodobnosti

Pravdepodobnosť

- Abstraktný matematický model neurčitosti
- Modeluje deje, v ktorých hrá rolu náhodnosť

- Dedukcia: usudzovanie zo všeobecného na konkrétne
- populáciu poznáme -> čo môžeme povedať o vzorke (výbere)?

Pravdepodobnosť

- Definícia

Pravdepodobnosť

- Definícia

- Klasická

$$P(A) = \frac{N_A}{N}$$

Pravdepodobnosť

- Definícia

- Klasická

$$P(A) = \frac{N_A}{N}$$

- Limitná

$$P(A) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_A}{N}$$

Pravdepodobnosť - vlastnosti

$$P(\emptyset) = 0$$

$$P(A^C) = 1 - P(A)$$

$$A \subseteq B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$$

$$P(B \setminus A) = P(B) - P(A \cap B)$$

$$A \subset B \Rightarrow P(B \setminus A) = P(B) - P(A)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A \cup B) = 1 - P((A \cup B)^C) = 1 - P(A^C \cap B^C)$$

$$P(A \cap B) = 1 - P((A \cap B)^C) = 1 - P(A^C \cup B^C)$$

- javy A a B nazveme nezávislé $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

Pravdepodobnosť

- Výberový priestor
- Jav
 - Diskrétny
 - Spojitý
 - Kvantitatívny
 - Kvalitatívny

Pravdepodobnosť

- Javy
 - Zjednotenie
 - Opačný jav
 - Prienik
 - Nezlučiteľné javy
- Rozklad výberového priestoru

Príklad 1.1

- Aká je pravdepodobnosť, že pri hode kockou:
 - padne číslo
 - padne nepárne číslo

Príklad 1.1

- Aká je pravdepodobnosť, že pri hode kockou:
 - padne číslo
 - padne nepárne číslo
- A – padne číslo 4
- B – padne nepárne číslo
- m – počet priaznivých elementárnych javov
- n – celkový počet elementárnych javov

Príklad 1.1

- Aká je pravdepodobnosť, že pri hode kockou:
 - padne číslo
 - padne nepárne číslo

- $P(A) = m/n = 1/6 = 0.167$
- $P(B) = m/n = 3/6 = 0.5$

Príklad 1.2

- Dodávka obsahuje 50 matíc a 150 skrutiek.
- Polovica matíc a polovica skrutiek je hrdzavá.
- Ak náhodne vyberieme jednu súčiastku, aká je pravdepodobnosť, že to bude matica alebo, že to bude hrdzavá súčiastka?

Príklad 1.2

- Pokus má 200 rovnako možných výsledkov. Ak označíme ako udalosť
 - A že súčiastka je hrdzavá 100
 - B že súčiastka je matica 50
 - $A \cap B$ že súčiastka je hrdzavá matica 25

Príklad 1.2

- Pokus má 200 rovnako možných výsledkov. Ak označíme ako udalosť
 - A že súčiastka je hrdzavá 100
 - B že súčiastka je matica 50
 - $A \cap B$ že súčiastka je hrdzavá matica 25
- Potom pre udalosť $A \cup B$ že súčiastka je hrdzavá alebo matica platí
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 100/200 + 50/200 - 25/200 = 0.625$

Podmienená pravdepodobnosť

- pravdepodobnosť, že nastane jav A za podmienky, že nastal jav B

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Príklad 2.1

- V rodine sú dve deti.
- Určite pravdepodobnosť, že obe deti sú chlapci, ak vieme, že jedno z detí je chlapec.

Príklad 2.1

- Výberový priestor
 - $\Omega = \{(ch;ch);(ch;d);(d;ch);(d;d)\}$
- A - náhodná udalosť „obe deti sú chlapci“, teda
- $A = \{(ch;ch)\}$
- B - náhodná udalosť „aspoň jedno dieťa je chlapec“
- $B = \{(ch;ch);(ch;d);(d;ch)\}$
- $P(A) = 1/4$
- $P(B) = 3/4$
- $P(A|B) = P(A \cap B)/P(B) = P(A)/P(B) = 1/4 / 3/4 = 1/3$



Bayesov vzorec

Náhodná premenná

- funkcia, ktorej hodnota je určená výsledkom náhodného pokusu
- priraduje číselnú hodnotu každému elementárnemu javu
- Distribučná funkcia
 - Opisuje rozdelenie pravdepodobnosti náhodnej premennej definovanej na pravdepodobnostnom priestore

Príklad 3.1

- Máme 4 stroje (nezávislé na sebe)
 - 1 sa pokazí s pravdepodobnosťou 10% $P(S_1)$
 - 2 s pravdepodobnosťou 15% $P(S_2)$
 - 3 s pravdepodobnosťou 30% $P(S_3)$
 - 4 s pravdepodobnosťou 50% $P(S_4)$
- Náhodná premenná X označuje počet pokazených strojov.
- Popíšte túto náhodnú premennú

- $P(X=0) = P(S_1^c \cap S_2^c \cap S_3^c \cap S_4^c) =$
 $= 0.9 * 0.85 * 0.7 * 0.5 = 0.26775$
- $P(X = 1) = P(S_1 \cap S_2^c \cap S_3^c \cap S_4^c) \cup$
 $P(S_1^c \cap S_2 \cap S_3^c \cap S_4^c) \cup$
 $P(S_1^c \cap S_2^c \cap S_3 \cap S_4^c) \cup$
 $P(S_1^c \cap S_2^c \cap S_3^c \cap S_4) = 0.4595$
- $P(X=2) = 0.23$
- $P(X=3) = 0.0405$
- $P(X=4) = 0.00225$

$P(X)$

