Modelovanie kriviek a plôch (1)

Domáca úloha 2

28. 10. - 11. 11. 2015

1. Nájdite súvis medzi druhou deriváciou Bézierovej krivky a Casteljauovým algoritmom. Zovšeobecnite pre ľubovoľnú deriváciu. Načrtnite spôsob dôkazu. *(3b)*

2. Majme daný rovnostranný $\triangle ABC$, pričom $A = (0,0)$ a $B = (2,0)$. Nech k je kružnica vpísaná do $\triangle ABC$. Body dotyku kružnice s trojuholníkom rozdeľujú kružnicu k na tri segmenty. Vyjadrite každý z týchto segmentov ako racionálnu Bézierovu krivku. *(4b)*

3. Uvažujme neuniformovanú kubickú Bézierovu krivku ${}^1\mathcal{S}$ s riadiacimi vrcholmi

   $$\langle {}^1V_0 := \left[\begin{smallmatrix}1\\1\end{smallmatrix}\right], {}^1V_1 := \left[\begin{smallmatrix}3\\5\end{smallmatrix}\right], {}^1V_2 := \left[\begin{smallmatrix}5\\0\end{smallmatrix}\right], {}^1V_3 := \left[\begin{smallmatrix}6\\3\end{smallmatrix}\right]\rangle$$

   definovanú nad $\langle 1,3\rangle$ a body $M := \left[\begin{smallmatrix}-4\\5\end{smallmatrix}\right]$ a $N := \left[\begin{smallmatrix}7\\5\end{smallmatrix}\right]$.

   Vytvorme neuniformovaný Bézierov splajn zložený z kriviek ${}^0\mathcal{S}, {}^1\mathcal{S}, {}^2\mathcal{S}$ nasledovne.

   Segment ${}^0\mathcal{S}$ je kubický uniformovaný, začína v bode M a je na ${}^1\mathcal{S}$ napojený v bode ${}^1V_0$ C^2-hladko.

   Segment ${}^2\mathcal{S}$ je kvadratický a definovaný nad $\langle 3,6\rangle$, vo vrchole ${}^1V_3$ je na ${}^1\mathcal{S}$ napojený C^1-hladko. Zároveň interpoluje bod N pre hodnotu parametra $t = 4$.

   Určite riadiace vrcholy $\langle {}^0V_i \mid i = 0,\dots,3\rangle$ resp. $\langle {}^2V_i \mid i = 0,1,2\rangle$ segmentov ${}^0\mathcal{S}$ resp. ${}^2\mathcal{S}$. *(3b)*