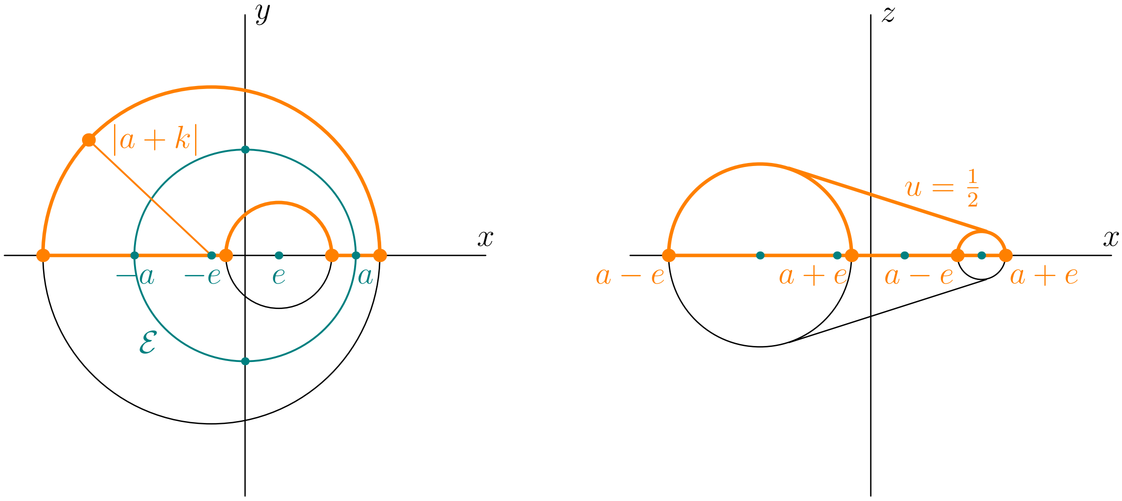
Cvičenie č. 5

23. 3. 2016

1. Vymodelujte cyklidu pomocou štyroch racionálnych bikvadratických Bézierových záplat. Podobne ako v prípade torusu sú všetky záplaty zhodné, stačí tak napísať len riadiace vrcholy a váhy záplaty, keď $y \geq 0$ a $z \geq 0$.

   Pre aké hodnoty a, e, k získame torus, resp. guľovú plochu?



Obr. 1 Priemety cyklidy. Vľavo sú naznačené ohniská a vrcholy elipsy. Vpravo sú váhy v rohových riadiacich vrcholoch.

Pomôcka: Uvažujme elipsu $\mathcal{E}$ ležiacu v rovine $z = 0$, so stredom v $(0, 0, 0)$, s dĺžkou hlavnej poloosi a a nech vzdialenosť ohnísk od stredu je e.

Skonštruujme cyklidu pomocou elipsy $\mathcal{E}$ a povrazu s dĺžkou $|a+k|$ (kde $k > 0$ je vhodný parameter) tak, že jeden koniec povrazu upevníme v ohnisku $(-e, 0, 0)$ a necháme sa ho napnutý kĺzať po $\mathcal{E}$. Jeho voľný koniec postupne pokryje povrch cyklidy.

barbora.pokorna@fmph.uniba.sk

Túto konštrukciu využite pri určení súradníc rohových riadiacich vrcholov, ostatné dopočítajte pomocou predchádzajúcich cvičení. Na výpočet váh v rohových riadiacich vrcholoch použite váhy uvedené na obrázku 1.

Súradnice chýbajúceho riadiaceho vrchola V_{11} a jeho váhu dopočítajte obdobne ako pri toruse, ak viete, že parametrická rovnica cyklidy je

$$\gamma(\varphi,\theta) = \begin{bmatrix} \dfrac{k(e - a\cos\varphi\cos\theta) + (a^2 - e^2)\cos\varphi}{a - e\cos\varphi\cos\theta} \\[2ex] \dfrac{\sqrt{a^2 - e^2}\sin\varphi(a - k\cos\theta)}{a - e\cos\varphi\cos\theta} \\[2ex] \dfrac{\sqrt{a^2 - e^2}\sin\theta(k - e\cos\varphi)}{a - e\cos\varphi\cos\theta} \end{bmatrix}, \text{ kde } \varphi,\theta \in \langle 0, 2\pi).$$

Poznámka: Implicitná rovnica cyklidy je

$$C(x,y,z)\colon (x^2 + y^2 + z^2 + a^2 - e^2 - k^2)^2 - 4((a^2 - e^2)y^2 + (ax - ek)^2) = 0,$$

z čoho vidieť, že ide naozaj o bikvadratickú plochu.