Domáca úloha č. 1

2. 3. – 16. 3. 2016

1. *(5b)* Uvažujme polynomickú funkciu

$$p(u,v) = 4u^3v - uv^2 + 3u^2v - 2$$

s definičnou oblasťou zúženou na $\mathcal{D} := \langle 1, 3\rangle \times \langle 2, 4\rangle$.

   (a) Zapíšte graf $p(u,v)$ nad $\mathcal{D}$ ako tenzorovo-súčinovú Bézierovu záplatu.

   (b) Zapíšte hraničné krivky $p(\min\{u\}, v)$ a $p(u, \max\{v\})$ v polynomickom i Bézierovom tvare.

   (c) Nájdite obraz bodu $\left(\frac{3}{2}, \frac{7}{2}\right) \in \mathcal{D}$ na ploche $p(u,v)$ prostredníctvom Casteljauovho algoritmu.

   (d) Určite analytické vyjadrenie dotykovej roviny plochy $p(u,v)$ v obraze bodu $\left(\frac{3}{2}, \frac{7}{2}\right) \in \mathcal{D}$.

2. *(3b)* Majme tenzorovo-súčinovú plochu stupňa (m,n) nad intervalom $\langle 0,1\rangle \times \langle 0,1\rangle$. Nech C je krivka v definičnom obore plochy s polynomickou parametrizáciou, t.j. $C \subset \langle 0,1\rangle \times \langle 0,1\rangle$, $C = \{(p(t), q(t)) \mid t \in I\}$, kde p, q sú polynómy. Zdôvodnite, že obrazom krivky C na ploche je znovu Bézierova krivka. Určte jej stupeň.

3. *(2b)* Pre $m, n, k \in \mathbb{N}_0$ dokážte identitu $\displaystyle\sum_{i+j=k} \binom{m}{i}\binom{n}{j} = \binom{m+n}{k}$.

   Pozn: Kombinačné číslo $\binom{n}{k}$ je definitoricky rovné nule, ak $k < 0$ alebo $k > n$.

barbora.pokorna@fmph.uniba.sk