Domáca úloha č. 4

27. 4. – 11. 5. 2016

1. *(4b)* Majme dané krivky

$$c_0(t) = \begin{bmatrix} 4t+3 \\ 5t^3+5t+1 \\ t-1 \end{bmatrix}, \; c_1(t) = \begin{bmatrix} t^3+t^2+9t+4 \\ 8t^3+3t+2 \\ 3t^3+2t^2+4t+1 \end{bmatrix},$$
$$d_0(s) = \begin{bmatrix} s^3+3 \\ s^3+1 \\ 2s-1 \end{bmatrix} \text{ a } d_1(s) = \begin{bmatrix} s^3+4s^2+3s+7 \\ -s^3+3s^2+11 \\ 3s^3+5s^2+2s \end{bmatrix}.$$

kde $t, s \in [0, 1]$.

   (a) Overte, že krivky c_0, c_1, d_0, d_1 spĺňajú podmienky C^0-kompatibility.

   (b) Zostrojte z daných kriviek bilineárnu Coonsovu záplatu S nad $[0, 1] \times [0, 1]$.

   (c) Zistite, či krivky c_0, c_1, d_0, d_1 spĺňajú podmienky C^1-kompatibility.

2. *(6b)* Rovnomerne „nafúknime” axiálnu kocku $\mathcal{K} := \langle -1, 1\rangle \times \langle -1, 1\rangle \times \langle -1, 1\rangle$ a vytvorme tak (prostredníctvom bilineárne stmeľovaných Coonsových záplat) aproximáciu guľovej plochy so stredom v $(0, 0, 0)$ a polomerom $r = \sqrt{3}$.

   Zistite, či krivka na tejto aproximačnej ploche ležiaca v rovine $y = 0$ je C^1-hladká.

   Návod: Skonštruujte aproximačnú záplatu $\mathcal{S}$ tak, že ju pospájate zo šiestich (zhodných, do priestoru vhodne umiestnených) Coonsových záplat $\mathcal{S}_i, i = 1, \ldots, 6$.

   Hranicu každej $\mathcal{S}_i$ budú tvoriť štyri kubické Bézierove krivky – napr. „horná” záplata má rohy v bodoch

$$\{(1, 1, 1), (-1, 1, 1), (-1, -1, 1), (1, -1, 1)\},$$

pričom body jej hraničnej krivky určenej bodmi

$$\{(-1,-1,1), P, Q, (1,-1,1)\}$$

ležia v rovine $y + z = 0$ a body P, Q sú symetrické podľa roviny $x = 0$.

Súradnice ostatných riadiacich vrcholov hraničných kriviek záplaty $\mathcal{S}_i$ získate pomocou vhodných symetrií, preto stačí vypočítať súradnice iba jedného z bodov P, Q.

Pozn.: Hladkosť danej krivky stačí overiť iba na jednom spoji dvoch (vhodných) záplat $\mathcal{S}_i, \mathcal{S}_j$, správanie na ďalších troch spojoch je symetrické.