

Cvičenie č. 4

20. 10. 2015

1. **Gradient funkcie $q(x, y)$ v bode M .** Dokážte, že pre regulárnu kužeľosečku $Q: q(x, y) = 0$, kde $q(x, y) = ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2dx + 2ey + f = 0$ je vektor

$$\text{grad } q(m, n) = \left(\frac{\partial q(m, n)}{\partial x}, \frac{\partial q(m, n)}{\partial y} \right)$$

normálovým vektorom dotyčnice kužeľosečky v bode $M = (m, n)$.

2. Navrhните konštrukciu poláry bodu, ktorý neobsahuje žiadnu dotyčnicu regulárnej kužeľosečky.
3. Trojuholník tvorený bodmi dotyku dvoch dotyčníc regulárnej kužeľosečky a ich priesečníkom.
- (a) Dokážte, že priesečník dotyčníc v dvoch rôznych bodoch regulárnej kužeľosečky leží na priemere, ktorý je združený so smerom spojnice dotykových bodov.
- (b) Dokážte, že spojnica priesečníka dotyčníc v dvoch rôznych bodoch regulárnej kužeľosečky so stredom dotykových bodov je priemer kužeľosečky združený so smerom spojnice dotykových bodov.
- (c) Dokážte, že spojnica stredy S dvoch bodov $M \neq N$ paraboly $y^2 - 2px = 0$ s priesečníkom P dotyčníc z bodov M, N pretína parabolu v jedinom bode, ktorým je stred bodov P, S .