

## Domáca úloha č. 2

10. 11. – 24. 11. 2015

- (4b) Uvažujme hyperbolu s rovnicou  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$  a s ňou konjugovanú hyperbolu s rovnicou  $-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$ . Dokážte:
  - Združené priemery hyperboly sú združenými priermi aj konjugovanej hyperboly.
  - Spojnice bodov dotykov dvoch rovnobežných dotýčníc konjugovanej hyperboly je priemer pôvodnej hyperboly združený so smerom dotýčníc.
  - Hyperbolu pretína práve jeden z dvoch združených priemerov. Priemer, ktorý nepretína hyperbolu, pretína konjugovanú hyperbolu.
  - Všetky rovnobežníky ohraničené dotýčnicami hyperboly a konjugovanej hyperboly v priesečníkoch s ich združenými priermi majú rovnaký obsah.
- (1b) Určte dotýčnice kužeľosečky  $Q: x^2 + xy + y^2 + 2x + 3y - 3 = 0$  rovnobežné s priamkou  $p: 2x + 2y + 5 = 0$  a body dotyku.
- (1b) Napíšte rovnicu priemeru kužeľosečky  $Q: 5x^2 - 3xy + y^2 - 3x + 2y - 5 = 0$ , ktorý prechádza stredom tetivy vyt'atej kužeľosečkou na priamke  $p: x - 2y - 1 = 0$ .
- (3b) Nájdite všetky osi a vrcholy kužeľosečiek
  - $25x^2 - 14xy + 25y^2 + 64x - 64y - 224 = 0$ ,
  - $7x^2 + 6xy - y^2 + 28x + 12y + 28 = 0$ .
- (4b) Napíšte kanonické rovnice kužeľosečiek
  - $6xy + 8y^2 - 12x - 26y + 11 = 0$ ,
  - $x^2 + 2xy + y^2 + 3x + y = 0$ .
- (2b) Zostavte rovnicu kužeľosečky so stredom  $S = (2, 1)$ , pre ktorú sú priamky  $k: y - 2 = 0$ ,  $l: x - y = 0$  dotýčnicami v koncových bodoch združených priemerov.