Základné vety o rovnobežných geometrických útvaroch

Geometria (3)

Barbora Pokorná

KAG, FMFI UK

2020

Kritérium rovnobežnosti priamky a roviny

VETA

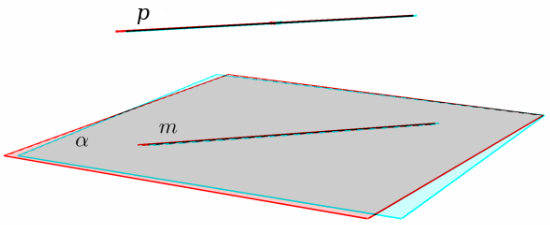
Priamka je rovnobežná s rovinou práve vtedy, ak je rovnobežná s priamkou roviny.

$$p \parallel \alpha \;\Leftrightarrow\; p \parallel m,\; m \subset \alpha$$

DÔKAZ

Urobíme ho v dvoch krokoch:

1. nutná podmienka
$$p \parallel \alpha \;\Rightarrow\; p \parallel m,\; m \subset \alpha$$
2. postačujúca podmienka
$$p \parallel m,\; m \subset \alpha \;\Rightarrow\; p \parallel \alpha$$



Obr. 1: Priamka p je rovnobežná s rovinou α.

KONŠTRUKČNÝ ALGORITMUS

Zostrojte ľubovoľnú priamku prechádzajúcu daným bodom a rovnobežnú s danou rovinou.

DANÉ

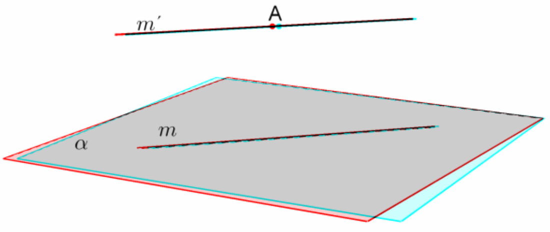
- $A \in \mathscr{B}, \alpha \in \mathscr{R}, A \notin \alpha$

POSTUP

- *ľub.* $m \in \mathscr{P}, m \subset \alpha$
- $m' \in \mathscr{P} : A \in m', m' \parallel m$

VÝSTUP

- m'



Obr. 2: Priamka m' prechádza bodom A a je rovnobežná s rovinou α.

Vety o rovnobežnosti priamky s rovinou alebo priamkou

- Ak sú dve roviny navzájom rovnobežné, tak každá priamka jednej z nich je rovnobežná s druhou rovinou.
  $$\alpha \parallel \beta \;\Rightarrow\; \forall a \subset \alpha,\; a \parallel \beta$$
- Ak priamky a, b sú rovnobežky a priamka b je rovnobežná s rovinou α, tak je aj priamka a rovnobežná s rovinou α.
  $$a \parallel b,\; b \parallel \alpha \;\Rightarrow\; a \parallel \alpha$$
- Ak priamky a, b sú rovnobežky aj priamky b, c sú rovnobežky, tak sú aj priamky a, c rovnobežky.
  $$a \parallel b,\; b \parallel c \;\Rightarrow\; a \parallel c$$
- Ak priamka a je rovnobežná s rovinou α, ktorá je rovnobežná s rovinou β, tak je priamka a rovnobežná s rovinou β.
  $$a \parallel \alpha,\; \alpha \parallel \beta \;\Rightarrow\; a \parallel \beta$$

Kritérium rovnobežnosti dvoch rovín

VETA

Dve roviny sú rovnobežné práve vtedy, keď jedna z rovín obsahuje dve rôznobežky, ktoré sú rovnobežné s druhou rovinou.

$$\alpha \parallel \alpha' \Leftrightarrow \exists\, a \cup b \subset \alpha,\ a \cap b = \{R\},\ a \parallel \alpha',\ b \parallel \alpha'$$

DÔKAZ

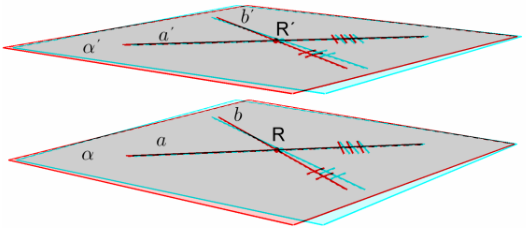
Urobíme ho v dvoch krokoch:

1. nutná podmienka

$$\alpha \parallel \alpha' \Rightarrow \exists\, a \cup b \subset \alpha, \ldots$$

2. postačujúca podmienka

$$\exists\, a \cup b \subset \alpha, \ldots \Rightarrow \alpha \parallel \alpha'$$



Obr. 3: Rovina α' je rovnobežná s rovinou α.

Kritérium rovnobežnosti dvoch rovín

KONŠTRUKČNÝ ALGORITMUS

Zostrojte rovinu prechádzajúcu daným bodom a rovnobežnú s danou rovinou.

DANÉ

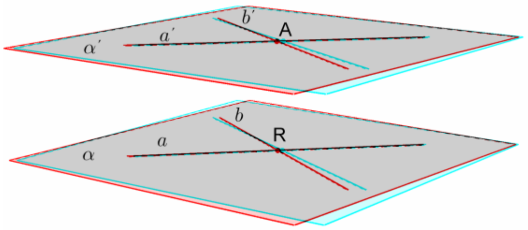
- $A \in \mathscr{B}, \alpha \in \mathscr{R}, A \notin \alpha$

POSTUP

- $a \in \mathscr{P}, a \subset \alpha$
- $b \in \mathscr{P}, b \subset \alpha, b \cap a = \{R\}$
- $a' \in \mathscr{P}\colon A \in a', a' \parallel a$
- $b' \in \mathscr{P}\colon A \in b', b' \parallel b$
- $\alpha' \in \mathscr{R}\colon a' \cup b' \subset \alpha'$

VÝSTUP

- α'



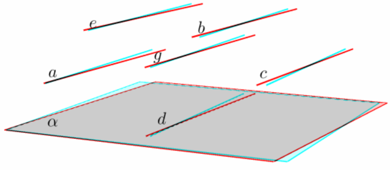
Obr. 4: Rovina α' prechádza bodom A a je rovnobežná s rovinou α.

Vety o rovnobežnosti rovín

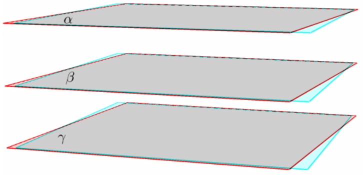
- Ak roviny α, β sú rovnobežné aj roviny β, γ sú rovnobežné, tak je aj rovina α rovnobežná s rovinou γ.
  $\alpha \parallel \beta,\ \beta \parallel \gamma \ \Rightarrow\ \alpha \parallel \gamma$
- Nech bod A nepatrí rovine α. Existuje práve jedna rovina prechádzajúca bodom A, ktorá je rovnobežná s rovinou α.
  $A \notin \alpha \ \Rightarrow\ \exists! \beta,\ A \in \beta,\ \beta \parallel \alpha$

Triedy rovnobežných útvarov

- Triedu všetkých navzájom rovnobežných priamok nazývame osnova priamok.
- Triedu všetkých navzájom rovnobežných rovín nazývame osnova rovín.
- Prienik polpriestorov s opornými rovinami v osnovových rovinách voláme priestorová vrstva. Ide o množinu bodov „medzi“ dvomi rovinami osnovy.



Obr. 5: Priamka osnovy je osnovová priamka.



Obr. 6: Rovina osnovy je osnovová rovina.

Zoznam použitých obrázkov

- obr. 1 – 6: Hansmanová D., *Vizualizácia stereometrie pomocou anaglyfov*, 2019