

## Cvičenie č. 12

8. 12. 2020

- Pre vektory  $\vec{a} = (2, 1, 0, -5)$ ,  $\vec{b} = (0, 0, -2, -1)$ ,  $\vec{c} = (1, 3, -3, 1)$  z VP  $V_4(\mathbb{R})$  zo štandardným skalárnym súčinom vypočítajte
  - skalárny súčin  $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$ ,  $\langle \vec{a}, \vec{c} \rangle$ ,  $\langle \vec{b}, \vec{c} \rangle$
  - uhol vektorov  $\angle \vec{b}, \vec{c}$  a kosínus uhla  $\cos(\angle \vec{a}, \vec{c})$
  - dĺžku vektorov  $|\vec{a}|$ ,  $|\vec{c}|$
  - jednotkové vektory určené vektormi  $\vec{b}$  a  $\vec{c}$
- Nech  $\vec{a} = (1, 1) \in \mathbb{R}^2$ . Nájdite všetky vektory  $\vec{b} \in \mathbb{R}^2$ , pre ktoré  $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{\pi}{4}$ .
- Nech  $(V, \langle \cdot, \cdot \rangle)$  je euklidovský vektorový priestor. Dokážte, že pre všetky vektory  $\vec{x}, \vec{y} \in V$  platí
  - ak  $\vec{x} \perp \vec{y}$ , tak  $|\vec{x}|^2 + |\vec{y}|^2 = |\vec{x} + \vec{y}|^2$  (Pytagorova veta)
  - $|\vec{x} - \vec{y}|^2 = |\vec{x}|^2 + |\vec{y}|^2 - 2|\vec{x}||\vec{y}|\cos(\angle \vec{x}, \vec{y})$  (kosínusová veta)
  - $|\vec{x} + \vec{y}|^2 + |\vec{x} - \vec{y}|^2 = 2|\vec{x}|^2 + 2|\vec{y}|^2$  (rovnobežníkové pravidlo)
- Nájdite ortogonálny doplnok podpriestoru  $S = [(1, 2, 2, 1), (1, 1, -5, 3), (3, 2, 8, -7)] \subset \mathbb{R}^4$ .
- Nech  $T = [(1, 0, 3), (2, -1, 0)] \subset \mathbb{R}^3$ . Nájdite ortonormálnu bázu podpriestoru  $T$ .
- Dokážte, že vektory  $\vec{a}_1 = (1, -2, 2, -3)$ ,  $\vec{a}_2 = (2, -3, 2, 4)$  sú kolmé a doplňte ich vektormi  $\vec{a}_3, \vec{a}_4$  na ortogonálnu bázu priestoru  $\mathbb{R}^4$ .
- Nájdite všetky vektory z  $\mathbb{R}^4$ , ktoré sú kolmé na všetky nasledujúce vektory:  $(1, 2, 4, -3), (3, 5, 6, -4), (4, 5, -2, 3), (3, 8, 24, -19)$ .